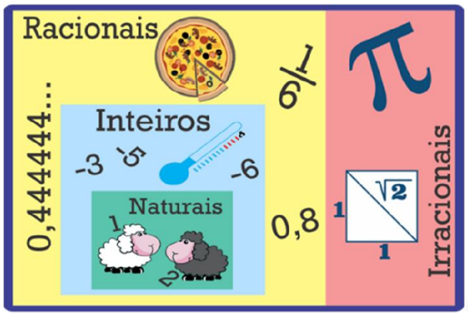
CONJUNTOS NUMÉRICOS



Introdução
Existem conjuntos "especiais", em que os elementos são números (por isso: conjuntos numéricos).

1.0. CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS(N)

Você já ouviu falar dos **Números Naturais**? Eles são utilizados a todo o momento em nosso dia a dia e, muitas vezes, nem percebemos. Quer ver só? Pense nas respostas para as seguintes perguntas: Quantos anos você tem? Qual o número do seu RG? Quantas solicitações de amizade você recebeu hoje no seu facebook? Para todas essas perguntas, precisamos **dos <u>números</u> naturais** para expressar a resposta!
Os números naturais são utilizados **em uma contagem,** para estabelecer uma ordem, um código ou fazer uma medida.
A sequência formada pelos números naturais e empregada em todas as situações é: **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11**...
Nós podemos utilizar o símbolo **N** para representar esse conjunto numérico:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \ldots\}$$

Se por acaso houver a necessidade de excluir o número(zero), indicaremos com um asterisco sobrescrito à letra **N**.

$$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$$

Conjunto dos números naturais não- nulos.

Problemas do conjunto:
-Subtração: $3-4=$
-Divisão: $1:2=$

OBSERVAÇÃO: Entre dois números naturais distintos existe sempre uma quantidade finita de números naturais.
Dica do Tio: Embora a adição e a multiplicação de dois números naturais resulte sempre em um número natural (a adição e a multiplicação são fechadas no conjunto dos números naturais), a subtração e a divisão não são (a subtração e a divisão de dois números naturais nem sempre resulta em um número natural).

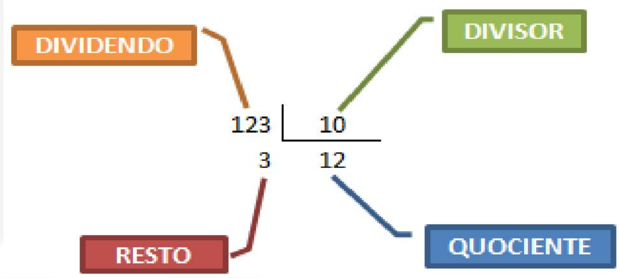
<u>1.1.DIVISÃO EUCLIDIANA EM N</u>

Apesar de a divisão não estar perfeitamente definida no conjunto dos números naturais, é possível realizarmos a divisão entre dois números naturais, desde que deixemos indicado o resto da divisão.
A divisão entre dois números naturais fica assim:

$$\begin{array}{l|l} \text{Dividendo} & \text{Divisor} \\ \hline \text{Resto} & \text{Quociente} \end{array}$$

$$Dividendo = Divisor \times Quociente + Resto$$

Exemplo:
123=10. 12+3



Dicas do Tio Sormany!!!
- **Divisão exata**: $resto = 0$

(**O dividendo** é **divisível pelo divisor)**
- **Divisão não exata:** $resto \neq 0$
- **Não existe divisão por zero.(Primeiro mandamento da matemática)**
- Se $resto = 1$**, dizemos que a divisão tem resto mínimo**;
- Em uma divisão, o resto é sempre menor que o divisor e maior ou igual a zero e por consequência, o maior resto possível em uma divisão é uma unidade menor que o divisor.

<u>Maior resto possível(R máx)</u> $DIVISOR - 1$

DICA TOP!

Não confunda **NÚMERO c**om **NUMERAL.**
NÚMERO-É uma ideia de quantidade
NUMERAL-É qualquer símbolo ou nome que usamos para representar essa quantidade.
Assim a quantidade **<u>cinco</u>** pode ser representada pelos numerais 5, V,five, etc,...

Olha que bacana!

Esse macete do *Tio Sormany* ajuda em algumas questões.
Considere dois números naturais x e y, com $y > x$.

Quantidade de números naturais entre x e y.

$$\boxed{(x - y - 1)}$$

Quantidade de números naturais de x até y.

$$\boxed{(x - y + 1)}$$

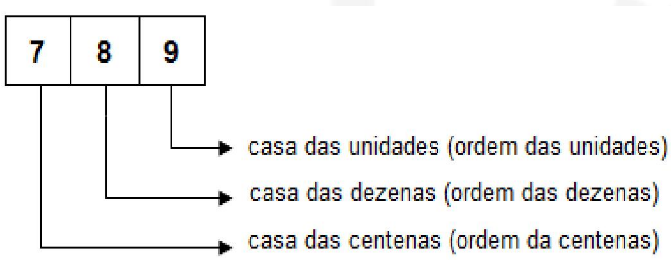
Exemplo:

Entre 7 e 39 $\rightarrow 39 - 7 - 1 = 31$ números naturais.

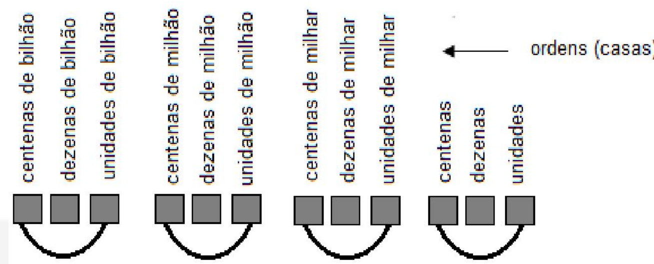
De 7 até 39 $\rightarrow 39 - 7 + 1 = 33$ números naturais

1.2.SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL

Nosso sistema de numeração utiliza dez símbolos para representar todos os números:
{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}.
O sistema de numeração que usamos é chamado de sistema de numeração decimal, por que contamos os elementos em grupo de dez.
Dezenas: cada grupo de dez unidades
Dezenas: 10 unidades
Centenas: cada grupo de dez dezenas
Centenas: 100 unidades
Milhar: cada grupo de dez centenas.
Milhar: 1000 unidades
Dizemos que cada algarismo ocupa uma ordem(ou casa) no numeral:
Exemplo:



A partir de mil, os números são indicados por quatro ou mais algarismos.
Neste caso, separamos os algarismos em classes de **três,** da direita para a esquerda (a última pode ficar incompleta)



Olha que bacana!

Baseado no sistema de numeração decimal(posicional) podemos escrever da seguinte forma:
Exemplos:
Número 328:
3 x 100 → 3 centenas 2 x 10 → 2 dezenas 8 x 1 → 8 unidades
328=3.100+2.10+8.1
Número 2467:
2467=2.1000+4.100+6.10+7.1

DICA TOP!

Será bastante útil nas resoluções dos problemas envolvendo sistema de numeração às seguintes notações:

Número de 2 algarismos: $AB = 10 \cdot A + 1 \cdot B$
Número de 3 algarismos:
$ABC = 100 \cdot A + 10 \cdot B + 1 \cdot C$
Número de 4 algarismos:
$ABCD = 1000 \cdot A + 100 \cdot B + 10 \cdot C + 1 \cdot D$

DICA TOP!

MILHÃO/BILHÃO/TRILHÃO

Fazendo compras num supermercado, recentemente, ouvi um jovem pai que repreendia o filho traquinas: "Eu já disse um **bilhão de vezes** que não é para mexer nas coisas". E possível que, trinta anos antes, o avô daquela criança repreendesse o pai, então criança também, com igual força: "Eu já disse **um milhão** de vezes..." Ambos exageraram, é claro. Mesmo que orientasse o filho sessenta vezes por dia, o avô levaria mais de 45 anos para falar um milhão de vezes. E o pai da **geração do bilhão,** por mais que vivesse, jamais conseguiria fazer justiça à sua expressão irada.

O milhão, é o resultado da multiplicação de mil por mil. É representado pelo número 1 seguido **de seis zeros.**
Esse milhão, multiplicado por mil, dá um número formado pelo **1 seguido de nove zeros.** Nós o chamamos **1 bilhão**.
Esse milhão, multiplicado por 1 milhão, dá um número formado pelo **1 seguido de doze zeros.** Nós o chamamos **1 trilhão**.

1 Trilhão (10^{12})	**1 Bilhão** (10^{9})	**1 Milhão** (10^{6})
1 000 000 000 000	**1 000 000 000**	**1 000 000**

Exemplos importantes:
27milhões=27 000 000(o número 27 seguido de seis zeros) .
6 trilhões =6 000 000 000 000(o número 6 seguido de doze zeros).

Atenção!!!!
<u>OBS</u>: Na abreviação da escrita de números grandes a vírgula indica a que ordem das **<u>unidades</u>** pertence o algarismo anterior a ela de acordo com a classe indicada ao final do número.
6,97 milhões
O algarismo 6 ocupará a unidade de milhões.

Bilhão			**Milhão**			**Milhar**			**Unidades Simples**		
c.B	d.B.	u.B.	c.M	d.M.	u.M.	c.m.	d.m.	u.m.	c.s	d.s.	u.s.
					6	**9**	**7**	**0**	**0**	**0**	**0**

Número: 6 970 000. Seis milhões, novecentos e setenta mil.

13,15 bilhões – O algarismo 3 ocupará a unidade de bilhões.

Bilhão			**Milhão**			**Milhar**			**Unidades Simples**		
c.B	d.B.	u.B.	c.M	d.M.	u.M.	c.m.	d.m.	u.m.	c.s	d.s.	u.s.
	1	**3**	1	**5**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**

Número: 13 150 000 000.
Treze bilhões e cento e cinquenta milhões.

2.0. CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS
São usados para representar ganhos ou perdas, para representar o oposto de um número ou o sentido contrário que se deve dar a uma dada trajetória.
Dois números são opostos quando apresentam sinais contrários.
Exemplo: 5 e -5 são opostos.
Se tomarmos o conjunto dos números naturais, e seus respectivos opostos, temos o conjunto dos números inteiros.
Assim, o conjunto dos números inteiros é representado por:

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, \underbrace{0, 1, 2, 3, \dots}_{\mathbb{N}}\}$$

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$$

Veja que **N** é um subconjunto de **Z**
Problemas do conjunto:
-Divisão: $1 : 2$ =

2.1.Subconjuntos notáveis dos números inteiros

Conjunto dos números inteiros <u>não nulos.</u>
$$\mathbb{Z}^* = Z - \{0\} = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

Dica: Retiramos o zero do conjunto **Z.**

Conjunto dos números <u>inteiros não negativos.</u>
$$\mathbb{Z}_+ = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\} = N$$
Conjunto dos números <u>inteiros positivos</u>
$$\mathbb{Z}_+^* = \{1, 2, 3, 4, \dots\} = N^*$$
Conjunto dos números <u>inteiros não positivos.</u>
$$\mathbb{Z}_-^* = \{\dots, -3 - 2, -1, 0\}$$
Conjunto dos números <u>inteiros negativos</u>
$$\mathbb{Z}_-^* = \{\dots, -3 - 2, -1\}$$

3.0. CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS(Q)

Atualmente podemos encontrar vários exemplos das aplicações nos números racionais em nosso dia a dia, se formos focar um pouco no caso das frações podemos observá-las, por exemplo, nos marcadores de combustível dos carros. Toco carro, hoje em dia, possui um marcador de combustível e a maioria deles utiliza frações para representar a quantidade gasolina que possui no carro.
O conjunto dos números racionais abraça todos os números que podem ser representados na forma de fração: $\frac{p}{q}$

Onde p e q são números inteiros, sendo q diferente de zero(pois não é possível dividir por zero)

Dicas do Tio Sormany
Todos os números racionais podem ser expressos como quociente de dois inteiros.
Todo número natural e todo número inteiro é um número racional.
2) A soma ou a diferença entre dois números racionais resulta em um outro número racional.
3) O produto entre dois números racionais é um número racional.
4) O quociente entre dois número racionais, sendo o divisor diferente de zero, é um número racional.
Logo:
a)Todo número NATURAL É RACIONAL.
Exemplo:

7 é racional, pois pode ser colocado na forma $\frac{14}{2}=\frac{7}{1}$.

b)Todo número inteiro é racional.
Exemplos:

$8=\frac{8}{1}\quad -4=\frac{-8}{2}\quad 0=\frac{0}{7}$

-4 é racional, pois pode ser colocado na forma $\frac{-8}{2}$.

c)Todo número decimal exato é racional.
Exemplos:

$0,8=\frac{8}{10}\quad 0,05=\frac{5}{100}$

0,8 é racional, pois pode ser colocado na forma $\frac{8}{10}$.

0,05 é racional, pois pode ser colocado na forma $\frac{5}{100}$.

d)Toda dízima periódica(decimal periódico) é racional.

Exemplos:

$0,777....=\frac{7}{9}\qquad 0,2444....=\frac{11}{45}$

$0,171717....=\frac{17}{99}$

3.1.DÍZIMA PERIÓDICA E FRAÇÃO GERATRIZ

As dízimas periódicas são um dos elementos que fazem parte do conjunto dos números racionais e, portanto podem ser expressos na forma de fração.
Essa fração que "gera" a dízima periódica é dita fração geratriz
Nota: As dízimas periódicas são números decimais infinitos.
As dízimas periódicas podem ser:
Simples $\rightarrow$ quando o período (a parte que se repete) vem logo após a vírgula.

Exemplo: $0,8888...=0,\overline{8}$

Composta $\rightarrow$ quando o período (parte que se repete) não vem logo após a vírgula.

Exemplo: $0,64777...=0,64\overline{7}$

Nota: Utilizamos a barra nos dígitos que se repetem.
Como determinar a fração geratriz de uma dízima?
• O NUMERADOR da fração será formado pela diferença:

$Tudo\ com\ o\ período\ (-)\ Tudo\ sem\ o\ período$

• O DENOMINADOR da fração será formado por: tantos **noves** quantos forem os algarismos do período seguidos de tantos **zeros** quantos forem os algarismos da parte não periódica.

☛**Atenção**: No caso da dízima periódica simples não haverá parte não periódica, por isso no denominador só teremos **noves.**
Exemplos:
a)DÍZIMA PERIÓDICA SIMPLES

a) $0,666...=0,\overline{6}=\frac{06-0}{9}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$

Parte inteira=0 Parte periódica(período)=6
Tudo com o período=06 Tudo sem o período=0
Denominador: 9
9(período com 1 algarismo)

b) $1,252525....=1,\overline{25}=\frac{125-1}{99}=\frac{124}{99}$

Parte inteira=1 Parte periódica(período)=25
Tudo com o período=125
Tudo sem o período=1

Denominador: 99
99(período com 2 algarismos)

C) $0,999... = 0,\overline{9} = \dfrac{09-0}{9} = \dfrac{9}{9} = 1$

Dica:
Muitos pensam que $0,999...$ **é aproximadamente igual a 1.**
Que é quase igual a 1. Na verdade este número é exatamente igual a 1(número inteiro).
b)DÍZIMA PERIÓDICA COMPOSTA

d) $2,4555.... = 2,4\overline{5} = \dfrac{245-24}{90} = \dfrac{221}{90}$

Parte inteira=2
Parte não periódica=4
Parte periódica(período)=5

Tudo com o período=245
Tudo sem o período=24
Denominador: 90
9(parte periódica com 1 algarismo)
0(parte não periódica com 1 algarismo

e) $3,12851851851.... = 3,12\overline{851} = \dfrac{312.851-312}{99900} = \dfrac{312.539}{99900}$

Parte inteira=3
Parte não periódica=12
Parte periódica(período)=851
Tudo com o período=312851
Tudo sem o período=312
Denominador: 99000
999(parte periódica com 3 algarismos)
00(parte não periódica com 2 algarismos)

4.0. CONJUNTO DOS NÚMEROS IRRACIONAIS $(I \ ou \ Q')$

São números com infinitas casas após a vírgula. Mas, ao contrário do que ocorre com as dízimas periódicas, aqui os algarismos após a vírgula não são periódicos.
Não é nem inteiro nem é fracionário.
Os números irracionais **não podem** ser escritos como a divisão(razão) de dois inteiros.
Exemplos:

$\pi = 3,1415926...$ (Número pi)

e = 2,7182818... (Constante de Euler)

Dicas do Tio:
Todas as dízimas não periódicas são números irracionais.
Exemplos:
$0,2577885....,\ 1,452156...$

$\sqrt{2} = 1,41421356237...$

Todas as raízes inexatas são números irracionais.
Exemplos:
$\sqrt[3]{15},\ \sqrt{}$

Problema no Conjunto:

Como escrever o **pi** em forma de fração?

5.0. CONJUNTO DOS NÚMEROS REAIS($\mathbb{R}$)

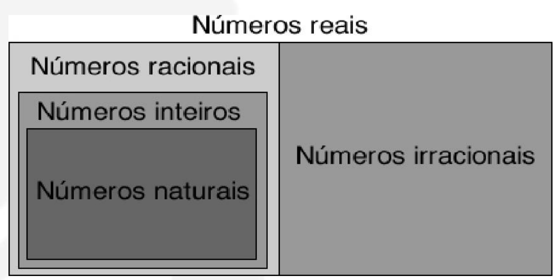
A união do conjunto dos números irracionais com o conjunto dos números racionais, resulta num conjunto denominado **conjunto R dos números reais**
$R = Q \cup I$
É formado pelos números **naturais**, **inteiros**, **racionais** e **irracionais**.

Exemplos:
$\dfrac{2}{3} \in R$, $\pi \in R, -5 \in R, 0,777... \in R$, $0 \in R$.

Fique ligado!!!!
Os únicos números que não fazem parte do conjunto dos números reais são as raízes de índices pares de números negativos.
Exemplos:
$\sqrt{-49} \notin \mathbb{R}$ $\qquad \sqrt[6]{-64} \notin \mathbb{R}$

Nota: Entre dois números reais distintos existem **infinitos** números reais.

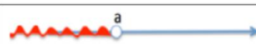
DIAGRAMA GERAL.



$N \subset Z \subset Q \subset R$ **e** $I \subset R$

INTERVALOS REAIS
Vamos considerar a e b números reais tais que $a \leq b$. Os seguintes subconjuntos definidos a seguir são chamados intervalos reais.
Os subconjuntos de R, determinados por desigualdades, têm grande importância na Matemática, os chamamos de intervalos reais. Vejamos como escreve-los:

Intervalo	Representação por Compreensão	Representação Geométrica
$[a,b]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$	a b
$(a,b) =]a,b[$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$	a b
$[a,b) = [a,b[$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$	a b
$(a,b] =]a,b]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$	a b

$[a,+\infty)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq a\}$	
$(a,+\infty) =]a,+\infty)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$	
$(-\infty,a]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq a\}$	
$(-\infty,a) = (-\infty,a[$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x < a\}$	

7.0.Operações com números decimais
Agora vamos recordar as operações com os números decimais.
Veremos a soma, subtração, multiplicação e divisão de números "com vírgula".

7.1.Adição ou subtração
O esquema básico é o seguinte:
• Igualar o número de casas decimais, acrescentando zeros
• Colocar vírgula abaixo de vírgula
• Efetuar a adição (ou subtração), mantendo a vírgula alinhada.
Exemplo 1: 45 + 32,3

$$\begin{array}{r} 45{,}0 \\ +\ 32{,}3 \\ \hline 77{,}3 \end{array}$$

Exemplo 2:5,2 − 1,426

$$\begin{array}{r} 5{,}200 \\ -\ 1{,}426 \\ \hline 3{,}774 \end{array}$$

7.2.Multiplicação
• Multiplicar normalmente os números
• Somar o número de casas decimais presentes nos fatores
• Colocar a vírgula no resultado: a quantidade de casas decimais será a soma encontrada no passo anterior
Exemplo 1:
Determine o valor da multiplicação 0, 06 × 0, 0036.

$$0{,}06 \times 0{,}036 \quad \mapsto \quad 6 \times 36 = 216$$

$$216 \xrightarrow{2\text{ casas}+3\text{ casa}=5\text{ casas}} 0{,}00216$$

Exemplo 2:
Determine o valor da multiplicação 2,42 × 2,1

$$2{,}42 \times 2{,}1 \quad \mapsto \quad 242 \times 21 = 5\,082$$

$$5\,082 \xrightarrow{2\text{ casas}+1\text{ casa}=3\text{ casas}} 5{,}082$$

7.3.Divisão
• Igualar o número de casas decimais, acrescentando zeros
• Eliminar as vírgulas
• Efetuar a divisão
Exemplo 1:
Determine o valor da divisão 3,96 ÷ 0,3
Solução:
Igualando as casas.
3,96(duas casas)
0,30(duas casas)
Retirando as vírgulas.

$$\begin{array}{r|l} 396 & 30 \\ \cline{2-2} -30 & 13{,}2 \\ \cline{1-1} 96 & \\ -90 & \\ \cline{1-1} 60 & \\ -60 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Exemplo 2:
Determine o valor da divisão 17,568 ÷ 7,32 .
Solução:
Igualando as casas.
17,568(três casas)
7,320(três casas)
Retirando as vírgulas
17568 ÷ 7320=2,4

7.4. Potenciação de decimais
Para elevarmos um número decimal a um expoente devemos aplicar o seguinte procedimento:
1º – Descartamos a vírgula da base e elevamos o número da base ao expoente dado como se fosse um número natural;
2º – Calculamos a quantidade de casas que o produto obtido receberá da seguinte maneira:

$$[\textit{quantidade de casas da base}] \times [\textit{valor do expoente}]$$

3º – No produto dos números naturais obtidos inicialmente contamos as casas decimais da direita para a esquerda e colocamos a vírgula, obtendo assim o valor da potência.
Exemplo 1:
Determine o valor de $(1,2)^3$ **.**
Solução:
Descartarmos a vírgula.

$$(12)^3 = 12 \times 12 \times 12 = 1728$$

Calculamos a quantidade de casas que o produto obtido receberá da seguinte maneira:

$$[\textit{quantidade de casas da base}] \times [\textit{valor do expoente}] = 1 \times 3 = 3$$

$1728 \to 1,728$ **(3casas)**

Exemplo 2:

Determine o valor de $(2,51)^3$**.**

$$(251)^3 = 251 \times 251 \times 251 = 15\ 813\ 251$$

$$[quantidade\ de\ casas\ da\ base] \times [valor\ do\ expoente]$$

$$2 \times 3 = 6\ casas\ decimais.$$

$$15\ 813\ 251 \rightarrow 15{,}813251$$

8.0.MÚLTIPLOS E DIVISORES.

8.1.MÚLTIPLO DE UM NÚMERO NATURAL a.

Múltiplo de um número natural é o produto dele por um número inteiro.

$$M(a) = \{0, \pm a, \pm 2a, \pm 3a, \pm 4a, \pm 5a, ...\}$$

Exemplos:

$$M(7) = \{0, \pm 7, \pm 14, \pm 21, \pm 28, \pm 35, ...\}$$

$$7.0 = 0 \quad 7.(\pm 1) = \pm 7 \quad 7.(\pm 2) = \pm 14 \ ....$$

$$M(10) = \{0, \pm 10, \pm 20, \pm 30, \pm 40, \pm 50, ...\}$$

$$M(6) = \{0, \pm 6, \pm 12, \pm 18, \pm 24, \pm 30, ...\}$$

Fique ligado!!!!!

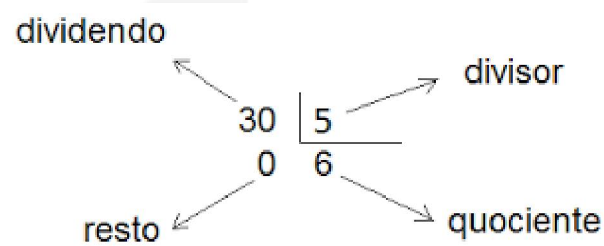
Como podemos ver a primeira continha do meu filho deixa resto igual a zero, enquanto a outra continha feita por mim deixa resto 3, ou seja, resto diferente de zero.

Então vejamos...
Podemos então afirmar que **48 é divisível por 4**, pois o resto d divisão foi **nulo.**
Podemos então afirmar que **36 não é divisível por 11**, pois o resto da divisão **não** foi **nulo.**
Atenção!!!
Se **48 é divisível por 4**, então podemos também afirmar que **48 é múltiplo de 4.**
Se **48 é divisível por 4**, então podemos também afirmar que **4 é divisor de 48.**
Dica:
A É MÚLTIPLO DE B=A É DIVISÍVEL POR B=B É DIVISOR DE A.
48 É MÚLTIPLO DE 4=48 É DIVISÍVEL POR 4=4 É DIVISOR DE 48.
Atenção!!!
Generalizando, podemos então afirmar, por exemplo, que **"a é divisível por b"** tem o mesmo significado de **"a é múltiplo de b".**
Exemplos:
O número -14 é um múltiplo de 7, pois -14 **é divisível por 7 ".**
O número 30 é um múltiplo de 6, pois 30 é divisível por 6.

O zero é múltiplo de qualquer número.
Todo número é múltiplo de si mesmo.
Todo número é múltiplo de 1.
O conjunto dos múltiplos de um número natural, diferente de zero, é infinito.
O único múltiplo de zero é o próprio zero.

8.2.DIVISOR DE UM NÚMERO

Sejam dois inteiros a e b, diz-se que se a é divisível por b, então b é divisor(fator) de a.



<u>Importante!!!</u>
30 é divisível por 5.
30 é múltiplo de 5.
5 é divisor de 30.
5 é fator de 30.
5 divide 30.

Exemplo 1:

$$D(10) = \{1, -1, 2, -2, 5, -5, 10, -10\}$$

Quantidade de divisores positivos=4
Total de divisores=8 (4 positivos e 4 negativos)

Exemplo 2:

$$D(30)=\{\pm1,\pm2,\pm3,\pm5,\pm6,\pm10,\pm15,\pm30\}$$

Quantidade de divisores positivos=8
Total de divisores=16(8 positivos e 8 negativos)

-O zero não é divisor de número algum.
Todo número é divisor de si mesmo.
O número 1 é divisor de <u>todo número natural.</u>
O conjunto dos divisores de um número natural diferente de zero é finito.
a é divisível por b= a é múltiplo de b= b é divisor de a.

9.0.NÚMEROS PRIMOS

Dizemos que um número é primo quando possui apenas quatro divisores inteiros(ou dois divisores naturais). Assim são primos os números:

$\pm2,\pm3,\pm5,\pm7,\pm13,\pm17,\pm19,\ldots$

Atenção: Um número inteiro $p\ (0\neq p\neq\pm1)$ é primo se, e somente se, os únicos divisores de p são ±1 e $\pm p$. Um número inteiro será **composto** quando não for primo. Todo número composto é fatorável de maneira única em um produto de primos(esta proposição é conhecida como **Teorema Fundamental da Aritmética**)

OBSERVAÇÕES:
- Existem infinitos números primos.
- O número 1 não é primo nem composto.
- O número 2 é o único **número natural par** e **primo.**
- $c \in \mathbb{Z}$ é composto $\Leftrightarrow \begin{cases} c\neq0, c\neq1, c\neq-1 \\ n[D(c)]>4 \end{cases}$

10.0.CRITÉRIOS DE DIVISIBILIDADE

"Um critério de divisibilidade só é útil quando for mais simples que a própria divisão".

Nº	É divisível por ... se ...
2	for par
3	a soma dos seus algarismos for múltiplo de 3
4	os dois últimos algarismos forem divisíveis por 4 ou forem 00
5	terminar em zero ou em 5
6	for divisível por 2 e 3 ao mesmo tempo
7	Regra muito difícil
8	os três últimos algarismos forem divisíveis por 8 ou forem 000
9	a soma dos seus algarismos for múltiplo de 9
10	terminar em zero
11	a soma dos algarismos de ordem par menos a soma dos algarismos de ordem ímpar der um múltiplo de 11

10.1.DECOMPOSIÇÃO EM FATORES PRIMOS

TEOREMA FUNDAMENTAL DA ARITMÉTICA

Todo número composto pode ser decomposto (fatorado) num produto de **fatores primos**. A menos da ordem dos fatores e do sinal dos fatores, a decomposição é única.

Método prático para a decomposição de um número em fatores primos

➔ Escrevemos o Número
➔ A sua direita traçamos uma linha vertical
➔ Vamos dividi-lo sucessivamente pelos números primos a partir do 2
➔ Enquanto a divisão for possível continuaremos a divisão
➔ Não sendo mais possível passamos para o próximo número primo
➔ E assim faremos até que cheguemos à unidade.

Exemplo
Decompor em fatores primos o número 360.
Solução: Farei de uma maneira bem detalhada.

360	2	(360 é par.)
180	2	(180 é par)
90	2	(90 é par)
45	3	(a soma 4+5=9,logo é divisível por 3)
15	3	(a soma 1+5=6, logo é divisível por 3)
5	5	(só pode ser por 5)
1		(1 não é primo)

Podemos escrever
$360 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 2^3 \times 3^2 \times 5$.

11.0.QUANTIDADE DE DIVISORES POSITIVOS DE UM NÚMERO NATURAL.
11.1.Primeiro caso: quais são?
EXEMPLO.
Encontrar os divisores positivos de 360. Essa decomposição já está feita no exemplo 1 do tópico anterior. Um procedimento muito prático é adicionar uma linha vertical ao lado dos números primos e colocar o divisor de todos, 1, no topo. Cada fator primo será multiplicado por todos os outros da linha acima dele.

		1
360	2	2 (resultado de 2 x 1)
180	2	4 (resultado de 2 x 2. Repare que não é preciso retornar ao 1)
90	2	8 (resultado de 2 x 4)
45	3	3 – 6 – 12 – 24 (resultados de 3 x 1, 3 x 2, 3 x 4, 3 x 8)
15	3	9 – 18 – 36 – 72 (resultados de 3 x 3, 3 x 6, 3 x 12, 3 x 24)
5	5	5 – 10 – 20 – 40 – 15 – 30 – 60 – 120 – 45 – 90 – 180 - 360
1		

Divisores positivos de 360
{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 24, 30, 36, 40, 45, 60, 72, 90, 120, 150, 360.}

Dica do tio!!
Repare que são muitos divisores positivos e poderíamos esquecer algum na hora de listá-los.
Como saber, antes de calculá-los, quantos seriam?
Resposta: Apresentarei um macete bem legal.
11.2.Segundo caso: quantos são?
Obtemos o número de divisores positivos de um número natural a partir dos seguintes procedimentos:
1) Decompor o número em fatores primos
2) Somar 1 a cada expoente dos fatores primos
3) Multiplicar os valores obtidos após a soma.

Se $N = 2^a.3^b.5^c.7^d....$, a quantidade de divisores(positivos) de dada por:

$$(a+1).(a+1).(a+1).(a+1)....$$

Exemplo:
Quantos são os divisores naturais de 980?
1º PASSO: REALIZAR A DECOMPOSIÇÃO EM FATORES PRIMOS DO NÚMERO DESEJADO

980	2
490	2
245	5
49	7
7	7
1	

$\rightarrow$ $980 = 2^2 \times 5^1 \times 7^2$

2º PASSO: SOMAR UMA UNIDADE AO EXPOENTE DE CADA FATOR PRIMO

3º PASSO: MULTIPLICAR TODOS OS VALORES OBTIDOS

3 2 3
+1 +1 +1

$980 = 2^2 \times 5^1 \times 7^2 \rightarrow 3 \times 2 \times 3 = 18$

Exemplo 2: Quantos são os divisores positivos de 90?

90	2
45	3
15	3
5	5
1	

2 3 2
+1 +1 +1

$\rightarrow 90 = 2^1 \times 3^2 \times 5^1 \rightarrow 2 \times 3 \times 2 =$

12.0. MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM-M.M.C
O mínimo múltiplo comum, ou MMC, de dois ou mais números é o menor múltiplo inteiro positivo comum a todos eles.
Dica: É o primeiro número divisível ao mesmo tempo pelos números que queremos calcular o MMC.
Repare que **não** podemos encontrar o **maior**, pois os múltiplos são infinitos.
Exemplo 1:
Calcular o mmc (15, 18):

Múltiplos positivos de 15

$$M_+^*(15) = \{15, 30, 45, 60, 75, \overline{90}, 105, 120, ...\}$$

Múltiplos positivos de 18

$$M_+^*(18) = \{18, 36, 54, 72, \overline{90}, 108, 136, 154, ...\}$$

M.M.C(15,18)=90

Nota: 90 é o primeiro número que é divisível por 15 e 18 ao mesmo tempo.

12.1.Processos para determinação do M.M. C
a) **Decomposição simultânea em fatores primos:**
Passo 1 - Coloquemos lado a lado os números e a direita deles tracemos uma linha vertical
Passo 2 - A partir daí dividiremos cada número pela sucessão dos números primos, enquanto pelo menos um deles for divisível a operação deve ser continuada, e nesse caso repetiremos o número não divisível até que não seja mais possível também para o outro, ou nenhum dos outros, a divisão.
Passo 3 - Quando cada coluna a esquerda apresentar a unidade, o produto de todos os fatores encontrados a direita nos dará o M.M.C.
Exemplo:
Calculemos, por exemplo, o M.M.C entre 12 e 20.

12 , 20	2
6 , 10	2
3 , 5	3
1 , 5	5
1 , 1	$2^2 \times 3 \times 5$

$$mmc(12,20) = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

b) Decomposição em separado:
Nesse método iremos decompor os números em fatores primos e aplicarmos a **regra:** O M.M.C. entre dois ou mais números é dado pelo produto entre todos os fatores primos, **comuns e não comuns,** elevados aos maiores expoentes
Calculemos, por exemplo, o M.M.C entre 24 e 50.
Decompondo cada um dos números em fatores primos, teremos: $24 = 2^3 \times 3^1$ e $50 = 2^1 \times 5^2$

E aplicando a regra, teremos :
$$mmc(24,50) = 2^3 \times 5^2 \times 3^1 = 600$$

13.0.MÁXIMO DIVISOR COMUM-M.D.C

Dados dois ou mais números inteiros(diferentes de zero) com os seus respectivos conjuntos de **divisores positivos**, dizemos que o MDC deles é o maior valor comum entre esses conjuntos.
O máximo divisor comum é, como o próprio nome indica, o máximo divisor que é comum a dois ou mais números.
Exemplo 1:
Calcular o MDC (15, 18):
Solução:
Divisores positivos de 15={1,3,5,15}
Divisores positivos de 18={1,3,6,9,18}
MDC(15,18)=3

13.2.NÚMEROS PRIMOS ENTRE SI

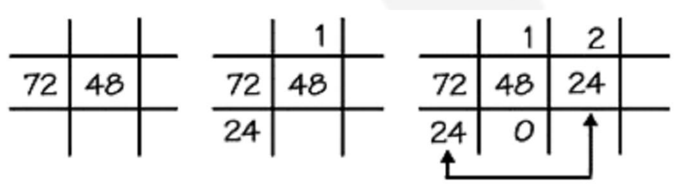
(ou **CO-PRIMOS**).
Dois ou mais números são **primos entre si** quando o máximo divisor comum(M.D.C) desses números é **1.**
Exemplos:
Os números 35 e 24 **são** números primos entre si, pois mdc (35,24) = 1.
Os números 35 e 21 **não são** números primos entre si, pois mdc (35,21) = 7.
Detalhe importante:
PRIMOS $\neq$ PRIMOS ENTRE SI
4 e 9 são primos entre si e não são primos.
2 e 9 são primos entre si e só o 2 é primo.
2 e 3 são primos entre si e ambos são primos.

Dica:

Primos entre si, como já diz o nome é uma relação que se estabelece na presença de pelo menos dois números.

13.1. Processos para determinação do M.D. C

a) Método: Algoritmo de Euclides, Método das Divisões Sucessivas ou "Jogo da Velha "
Exemplo:
Calculemos, por exemplo, o M.D.C entre 48 e 72
Passo 1 - Dividimos o maior 72 pelo menor 48, o quociente 1 dessa divisão colocaremos acima do divisor 48 e o resto da divisão 24 colocaremos abaixo do dividendo 72.
Passo 2 - Deslocamos o resto obtido 24 para o espaço a direita do divisor e dividimos este 48 por ele 24, o quociente 2 dessa divisão colocaremos acima do novo divisor e o resto da divisão 0 colocaremos abaixo do novo dividendo 48. Esse processo será repetido até que chequemos ao resto zero.
Passo 3 - Quando o resto se tornar igual a zero concluímos que o último divisor será o M.D.C. procurado. **Assim:** $mdc(48,72) = 24$



b) Decomposição em separado:
Nesse método iremos decompor os números em fatores primos e aplicarmos a regra : O **M.D.C.** entre dois ou mais números é dado pelo produto entre os fatores primos **comuns**, elevados aos **menores expoentes**
Calculemos, por exemplo, o M.D.C entre 96 e 360.
Decompondo cada um dos números em fatores primos, teremos: $96 = 2^5 \times 3^1$ e $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$
E aplicando a regra, teremos :
$$mdc(96,360) = 2^3 \times 3^1 = 24$$
c)Método para o Cálculo do M.D.C. : Decomposição Simultânea
Como já conhecemos como funciona o cálculo do M.M.C. pelo método da decomposição simultânea, podemos aplicá-lo também para o cálculo do M.D.C.
Exemplo: Calculemos, por exemplo, o M.D.C entre 120 e 80.
Passo 1 - Faremos exatamente com se fossemos calcular o M.M.C. entre eles
Passo 2 - Quando cada coluna à esquerda apresentar a unidade, o produto de todos os fatores encontrados a direita do traço que dividiram simultaneamente todos os 2 números nos dará o M.D.C. entre eles.

120 , 80	2(♣)
60 , 40	2(♣)
30 , 20	2(♣)
15 , 10	2
15 , 5	3
5 , 5	5(♣)
1 , 1	

Assinalamos com o símbolo **(♣)**os fatores que dividiram ao mesmo tempo os 2 números. O produto desses números assinalados nos dará o M.D.C. entre eles.
Com Isso o M.D.C entre 120 e 80 e 72 será
$$2 \times 2 \times 2 \times 5 = 40$$

Propriedades do mdc e mmc

P1) $\text{mdc}\,(1,a) = 1$ e $\text{mmc}\,(1,a) = a,\ \forall a \in \mathbb{N}^*$
P2) $\text{mdc}\,(a,b) \cdot \text{mmc}\,(a,b) = a.b\ ,\ \forall a,b \in \mathbb{N}^*$
P3) $D(a) \cap D(b) = D[\text{mdc}(a,b)]\ ,\ \forall a,b \in \mathbb{Z}^*$
P4) $M(a) \cap M(b) = M[\text{mmc}(a,b)]\ ,\ \forall a,b \in \mathbb{Z}^*$