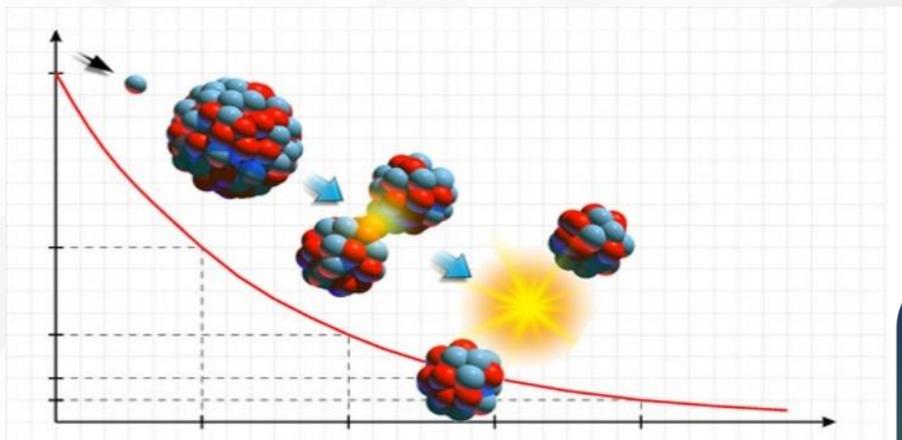


Funções, equações e inequações exponenciais e logarítmicas: conceito, representação gráfica, problemas.



ESCALA DE pH - INDICADOR DE COUVE ROXA

SUBSTÂNCIAS				
ÁCIDAS		NEUTRAS		BÁSICAS
2,5	3,5	6,5 / 7,5	8,5	10,5



$$M = C \cdot (1 + i)^n$$

MONTANTE

CAPITAL INICIAL

$$J = M - C$$



RESOLUÇÃO
DE
QUESTÕES



B

~~$a^x = a^y$~~ → $x = y$

1) CESGRANRIO - PPNT (PETROBRAS)/PETROBRAS/Inspetor de Segurança Interna/2010

Certa substância radioativa se decompõe segundo a lei $m(t) = 10.000 \cdot 2^{-0,2t}$, onde $m(t)$ representa a massa da substância, em gramas, e t , o tempo, em minutos. Com base nessas informações, em quantos minutos a massa dessa substância estará reduzida a **625g**?

- a) 24 b) 20 c) 16 d) 10 e) 5

16
8
4
2
1

2
2
2
2
2

1a mon

$m(t) = 10.000 \cdot 2^{-0,2t}$

$625 = 10.000 \cdot 2^{-0,2t}$

$\frac{625}{10.000} = 2^{-0,2t}$

$\frac{1}{16} = 2^{-0,2t}$

$\frac{1}{2^4} = 2^{-0,2t}$

~~$2^{-4} = 2^{-0,2t}$~~

$-4 = -0,2t$

$t = \frac{-4}{-0,2} = \frac{4}{0,2}$

$= \frac{40}{2} = 20$

2a mon
TESTANDO

$10.000 \cdot 2^{-0,2 \cdot (20)}$

$10.000 \cdot 2^{-4}$

$10.000 \cdot \frac{1}{2^4}$

$10.000 \cdot \frac{1}{16} = 625$

2) CESGRANRIO - Tec ETeI (DECEA)/DECEA

Num experimento em laboratório, um cientista concluiu que o número n de bactérias em certa cultura variava, em função do tempo t (em horas), de acordo com a função

$$n(t) = 2000 \cdot 2^{\frac{t}{10}}$$

64	2^6
32	2^5
16	2^4
8	2^3
4	2^2
2	2^1
1	2^0

Se, ao término do experimento, o cientista estimou que havia 128.000 bactérias nessa cultura, quantas horas durou esse experimento?

- a) 60 b) 45 c) 30 d) 12 e) 6

$t = 60h$

2ª man: TESTANDO

$$2000 \cdot 2^{\frac{60}{10}}$$

$$2000 \cdot 2^6 = 128000$$

1ª man

$$n(t) = 2000 \cdot 2^{\frac{t}{10}}$$

$$128.000 = 2000 \cdot 2^{\frac{t}{10}}$$

$$\frac{128}{2} = 2^{\frac{t}{10}}$$

$$64 = 2^{\frac{t}{10}}$$

$$2^6 = 2^{\frac{t}{10}}$$

$$6 = \frac{t}{10}$$

$$t = 60$$



3) CESGRANRIO - Esc BB/BB/Agente Comercial/2021

$$100 \cdot 2^t > 2000$$

Um banco está planejando abrir uma nova agência em uma cidade do interior. O departamento de Marketing estima que o número de clientes da agência (NC) em função do número de meses decorridos (t) desde a inauguração seguirá a seguinte função exponencial: $NC(t) = 100 \times (2^t)$

Quantos meses completos, após a inauguração, o número estimado de clientes da agência será superior a 2.000?

- ~~a) 1~~ ~~b) 2~~ ~~c) 3~~ d) 4 ~~e) 5~~

$$NC(t) = 100 \cdot 2^t$$
$$t = 4 \therefore 100 \cdot \underbrace{2^4}_{16} = 1600$$

F

$$t = 5$$
$$100 \cdot \underbrace{2^5}_{32} = 3200$$

4) CESGRANRIO - 2014 - Superior (PETROBRAS) / Geofísica / Geologia / 2014.2

Considerando-se a equação

$$6^x = A$$

$$\frac{6^{x-1} + 6^{x-2}}{6^{1-x} + 6^{2-x}} = 1$$

, a soma de todos os elementos de seu conjunto solução é igual a

$$\frac{a^m}{a^m} = a^{m-m}$$

$$\frac{6^2}{6^x} = 6^{2-x}$$

$$\frac{A}{6} + \frac{A}{36} = \frac{6A + A}{36} = \frac{7A}{36}$$

- A) -1,5 B) 0 C) 1,5 D) 3,5 E) 6

$$\frac{6^x}{6^1} + \frac{6^x}{6^2} = 1$$

$$\frac{6^x}{6^1} + \frac{6^x}{6^2} = 1$$

$$\frac{A}{6} + \frac{A}{36} = 1$$

$$\frac{6 + 36}{A} = 1$$

$$\frac{7A}{36} = 1$$

$$\frac{42}{A} = 1$$

$$\frac{7A^2}{36 \cdot 42} = \frac{1}{1}$$

$$A^2 = 36 \cdot 6$$

$$(6^x)^2 = 6^2 \cdot 6^1$$

$$6^{2x} = 6^3$$

$$2x = 3$$

$$x = \frac{3}{2} = 1,5$$

5) CESGRANRIO - Tec (CMB)/CMB/Segurança/Prevenção e Combate a Incêndio/2024

Considere a equação:

$$4^x - 5 \cdot 2^x - 6 = 0$$

Quantas soluções reais distintas tem essa equação?

- a) 0, ou seja, não existe nenhuma solução real b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

$$2^x = A$$

$$9^x > 0$$

$$4^x = (2^2)^x = (2^x)^2$$

$$A' = 6$$

$$A'' = -1$$

~~$$2^x = -1$$~~

$$2^x = 6$$

$$x = \log_2 6$$

B

$$4^x - 5 \cdot 2^x - 6 = 0$$

$$(2^x)^2 - 5 \cdot 2^x - 6 = 0$$

$$A^2 - 5 \cdot A - 6 = 0$$

$$\text{SOMA} = -\frac{(-5)}{1} = 5$$

$$\text{PRODUTO} = \frac{-6}{1} = -6$$

$$a^x = b$$

$$\log_a b = x$$

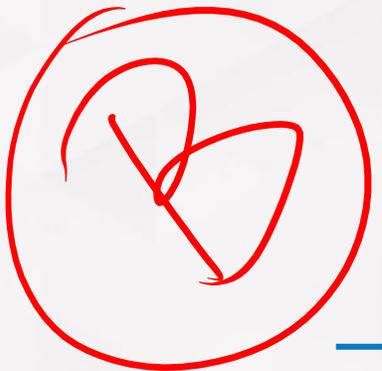
$$\text{Log}_b^b = 1$$

6) CESGRANRIO - PPNT (PETROBRAS)/PETROBRAS/Administração e Controle/2010

Um estudo em laboratório revelou que a altura média de determinada espécie de planta é dada, a partir de um ano de idade, pela função $\log(10^{1,35} \cdot \sqrt[4]{2x})$,

onde $h(x)$ representa a altura média, em m, e x , a idade, em anos. Qual é, em m, a altura média de uma planta dessa espécie aos cinco anos de idade?

- ~~a) 1,5~~
- ~~b) 1,6~~
- c) 1,7
- d) 1,8
- e) 1,9



ALTURA
 $h(x)$

$$h(x) = \text{Log} (10^{1,35} \cdot \sqrt[4]{2x})$$

$$h(5) = \text{Log}_{10} (10^{1,35} \cdot \sqrt[4]{10}) = \text{Log}_{10} 10^{1,35} + \text{Log}_{10} 10^{\frac{1}{4}}$$

$$= 1,35 \cdot \text{Log}_{10} 10 + \frac{1}{4} \cdot \text{Log}_{10} 10$$

$$= 1,35 + 0,25 = 1,60$$

Handwritten notes: $\sqrt[4]{10^1} = 10^{\frac{1}{4}}$, $\text{Log}_{10} 10 = 1$

$b > 0$

$\text{Log}_b b = x$

7) CESGRANRIO - 2015 - Profissional Júnior (BR)/Administração

A estabilidade de um determinado processo industrial é avaliada a partir de um índice N, que é um número real positivo. O processo é considerado estável se, e somente se,

$3 \leq \log_3(N) \leq 4$. O processo é dito instável se, e somente se, o mesmo não for estável.

$N > 0$

Dessa forma, o referido processo industrial é considerado instável se, e somente se, o índice N pertence ao conjunto

A) $]-\infty, 9 [\cup]12, +\infty [$ B) $]0,27[\cup]81, +\infty [$ C) $]0,9 [\cup]12, +\infty [$ D) $]9,12 [$

E) $]27,81 [$

ESTÁVEL

$\text{Log}_3 N \leq 4$
 $N \leq 3^4$
 $N \leq 81$

e $\text{Log}_3 N \geq 3$
 $N \geq 3^3$
 $N \geq 27$

INSTÁVEL

$N > 81$

ou $N < 27$

$0 < N < 27$

B

~~81~~
~~27~~

8) Banco do Brasil Prova: CESGRANRIO - 2021 - Banco do Brasil - Agente de Tecnologia

Um fungo está se alastrando na parede, e a área contaminada pelo fungo varia no tempo de acordo com a função $A: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, dada por $A(t) = A_0 \cdot b^t$, em que $b \in \mathbb{R}$ é uma constante maior que 1; A_0 é a área da parede contaminada no instante inicial; e $A(t)$ é a área contaminada após t dias.

De acordo com esse modelo, depois de quantos dias a área contaminada estará triplicada?

(A) $\sqrt[b]{3}$

(B) $\sqrt[3]{b}$

(C) $\log_b 3$

(D) $\log_3 b$

(E) $\log_b \left(\frac{1}{3}\right)$

$$A(t) = A_0 \cdot b^t$$

$$3 \cdot A_0 = A_0 \cdot b^t$$

$$3 = b^t$$

$$\log_b 3 = t$$

EXTRA

$$8 = \log_5 t$$

$$t^8 = 5$$

$$\log_a b = x$$

$$a^x = b$$

9) CESGRANRIO - Esc (BANRISUL)/BANRISUL/2023

Um banco montou um índice de desempenho (L) para um de seus serviços. O índice se refere a um atributo numérico, representado por A, sempre positivo. Por conta de o atributo A assumir valores muito altos, o índice L montado pelo setor técnico do banco foi concebido por $L = \log_{10}(A)$. Há uma meta de que, nos próximos 5 anos, o índice L aumente em duas unidades. A meta, portanto, indica que é esperado que, nos próximos 5 anos, o atributo A seja igual

- a) ao atributo A atual aumentado em 2 unidades.
- b) ao atributo A atual aumentado em 100 unidades.
- c) a 2 vezes o atributo A atual.
- d) a 10 vezes o atributo A atual.
- e) a 100 vezes o atributo A atual.

$$L = \log_{10} A$$

$$A = 10^L$$

$$A = 10^0 = 1$$

$$A = 10^2 = 100$$

$$A = 10^4$$

$$= 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$$

$$= 10000$$

L	A
0	1
2	100
4	10000

Handwritten annotations: $+2$ between 0 and 2, $+2$ between 2 and 4. Red arrow from 1 to 100 labeled $\times 100$. Green arrow from 100 to 10000 labeled $\times 100$.

10) CESGRANRIO - Tec (CMB)/CMB/Segurança/Prevenção e a Incêndio/2024

Considere um objeto astronômico, como uma estrela, com brilho ou irradiância observada igual a b. A magnitude aparente desse objeto é dada por

$$5 \log_{100} \left(\frac{b_0}{b} \right)$$

A

DICA: $\log_3 2^7 = \frac{7}{2} \cdot \log_3 2$

onde b_0 é o brilho de um objeto de magnitude 0.

A magnitude aparente expressa em termos do logaritmo decimal é

- a) $\frac{5}{2} \log_{10} \left(\frac{b_0}{b} \right)$
- b) $\frac{15}{2} \log_{10} \left(\frac{b_0}{b} \right)$
- c) $10 \log_{10} \left(\frac{b_0}{b} \right)$
- d) $20 \log_{10} \left(\frac{b_0}{b} \right)$
- e) $50 \log_{10} \left(\frac{b_0}{b} \right)$

$5 \cdot \log_{10} \left(\frac{b_0}{b} \right)$

$5 \cdot \frac{1}{2} \cdot \log_{10} \left(\frac{b_0}{b} \right)$

$\frac{5}{2} \cdot \log_{10} \left(\frac{b_0}{b} \right)$

$\log_3 2^8 = \frac{8}{7} \cdot \log_3 2$

11) CESGRANRIO - Esc BB/BB/Agente Comercial/2021

$$\ln e = \log_e e = 1$$

J modelou um problema de matemática por uma função exponencial do tipo $a(x) = 1000e^{kx}$, e L, trabalhando no mesmo problema, chegou à modelagem $b(x) = 10^{2x+3}$.

Considerando-se que ambos modelaram o problema **corretamente**, e que

$\ln x = \log_e x$, qual o valor de k ?

- a) $\ln 2$ b) $\ln 3$ c) $\ln 10$ d) $\ln 30$ e) $\ln 100$

$$1000 \cdot e^{k \cdot x} = 10^{2x+3}$$

$$1000 \cdot e^{k \cdot x} = 10^{2x} \cdot 10^3$$

$$\ln e^{k \cdot x} = \ln 10^{2x}$$

$$k \cdot x \cdot \ln e = 2x \cdot \ln 10$$

$$K = 2 \cdot \ln 10$$

$$K = \ln 10^2 = \ln 100$$

F

12) CESGRANRIO - PPNT (PETROBRAS)/PETROBRAS/Ambiental/"Sem Especialidade"/2010

0000

Em calculadoras científicas, a tecla log serve para calcular logaritmos de base 10. Por exemplo, se digitamos 100 e, em seguida, apertamos a tecla log, o resultado obtido é 2. A tabela a seguir apresenta alguns resultados, com aproximação de três casas decimais, obtidos por Pedro ao utilizar a tecla log de sua calculadora científica.

Número digitado	Resultado obtido após apertar a tecla "log"
2	0,301
3	0,477
7	0,845

$$\log 6 + x = \log 28$$

$$x = \log 28 - \log 6$$

$$x = 1,447 - 0,778$$

$$x = 0,669$$

$$\log 28 = \log(2 \cdot 2 \cdot 7) = 0,301 + 0,301 + 0,845 = 1,447$$

Utilizando-se os valores anotados por Pedro na tabela acima, a solução da equação

$$\log 6 + x = \log 28 \text{ é}$$

- a) 0,563 b) 0,669 c) 0,966 d) 1,623 e) 2,402

$$\log 6 = \log(2 \cdot 3) = \log 2 + \log 3 = 0,301 + 0,477 = 0,778$$

13) CESGRANRIO - Tec Jr (BR)/BR/Química/2015

Sejam $M = \log 30$ e $N = \log 300$.

Na igualdade $x + N = M$, qual é o valor de x ?

- a) ~~-2~~ b) -1 c) 0 d) +1 e) +2

$$x + N = M$$

$$x = M - N$$

$$x = \log 30 - \log 300$$

$$x = \log \left(\frac{30}{300} \right)$$

$$\frac{3^1 \cdot 3^2}{30^1 \cdot 3^2} = \frac{1}{10}$$

$$x = \log \left(\frac{1}{10} \right)$$

$$x = \log 10^{-1} = -1 \cdot \log 10 = -1$$

$$\log 0,001 = -3$$

$$\log 0,1 = -1$$

$$\log 0,01 = -2$$

B

$$\text{Log}_a b = x \implies a^x = b$$

$$a^x = b$$

14) CESGRANRIO - PPNS (PETROBRAS)/PETROBRAS/Engenharia de Petróleo/2011

Se $\log x$ representa o logaritmo na base 10 de x , então o valor de n tal que $\log n = 3 - \log 2$ é

- a) 2000 b) 1000 c) 500 d) 100 e) 10

$$\log m = 3 - \log 2$$

$$\log m + \log 2 = 3$$

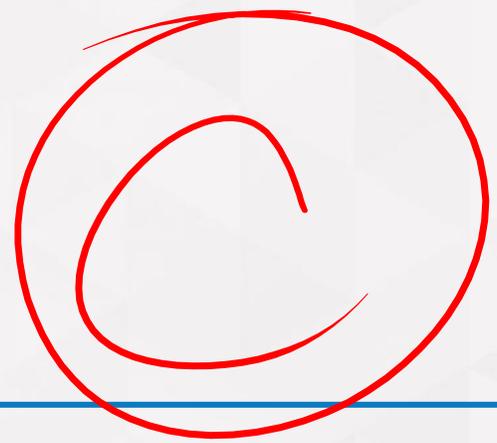
$$\log_{10}(m \cdot 2) = 3$$

$$10^3 = 2m$$

$$1000 = 2m$$

$$m = \frac{1000}{2}$$

$$= 500$$



15) CESGRANRIO - Tec ETeI (DECEA)/DECEA

O logaritmo na base 4 de 32 vale:

- a) 2,5 b) 3,5 c) 4 d) 5 e) 8

Δamom

$\text{Log}_{\text{4}} 32 = x$

$2x = 5$

$x = \frac{5}{2}$

$x = 2,5$

DICA 2ª man

$\text{Log}_{2^2}^{2^5} =$

$= \frac{5}{2}$

$\cdot \text{Log}_2^2$

$= \frac{5}{2} = 2,5$

16) CESGRANRIO - Prof Jun (BR)/BR/Engenharia/Química/2008

O valor de x que verifica a equação $\log x = 1 - \log(x+3)$ é

- a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

CE: $\begin{cases} x > 0 \\ x+3 > 0 \end{cases}$

$$\log x = 1 - \log(x+3)$$

$$\log x + \log(x+3) = 1$$

$$\log [x \cdot (x+3)] = 1$$

$$x \cdot (x+3) = 10$$

(2)

$$x = 2$$

A

$\text{Log}_2 8 = x \quad 2^x = 8 \quad 2^3 = 8$

17) CESGRANRIO - PPNS (PETROBRAS)/PETROBRAS/Engenharia de Petróleo/2014

O valor de $\log_4 [(8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8)^2]$ é

- a) 9 b) 18 c) 27 d) 36 e) 72

$\text{Log}_4 [(8^8)^2] = \text{Log}_4 8^{18}$

$= \text{Log}_2 8^{18} = \frac{18}{2} \cdot \text{Log}_2 8 = 9 \cdot 3 = 27$

$A + A = 2A$
 $X + X + X = 3X$

$8^8 \cdot 8^8 = 8^9$

18) CESGRANRIO - 2013 - Banco da Amazônia - Técnico Bancário

Sabe-se que x e y são números reais tais que $y = 5^{3x}$.

Conclui-se que x é igual a

- (A) $\log_5(y^3)$
- (B) $\log_5\left(\frac{y}{3}\right)$
- (C) $\log_5(\sqrt[3]{y})$
- (D) $-\log_5(3y)$
- (E) $\frac{1}{3 \cdot \log_5(y)}$

$\log_a b = x \implies a^x = b$

$\log_5 y = 3x$

$y = 5^{3x}$

$\log_5 y = \log_5 5^{3x}$

$\log_5 y = 3x \cdot \log_5 5$

$\log_5 y = 3x$

③ $x = \log_5 y$

$x = \frac{\log_5 y}{3} = \frac{1}{3} \cdot \log_5 y$

$= \log_5 y^{\frac{1}{3}}$

$\log_5 \sqrt[3]{y} = \log_5 y^{\frac{1}{3}}$

19) CESGRANRIO - PPNS (PETROBRAS)/PETROBRAS/Engenharia de Petróleo/2011

Dado $\log_3(2) = 0,63$, tem-se que $\log_6(24)$ é igual a

- a) 1,89 b) 1,77 c) 1,63 d) 1,51 e) 1,43

Handwritten solution for $\log_6(24)$:

$$\log_6(24) = \frac{\log_3(24)}{\log_3(6)}$$

$$= \frac{\log_3(2^3 \cdot 3)}{\log_3(2 \cdot 3)}$$

$$= \frac{\log_3 2 + \log_3 3}{\log_3 2 + \log_3 3}$$

$$= \frac{0,63 + 1}{0,63 + 1} = \frac{1,63}{1,63} = 1,00$$

Wait, the handwritten calculation shows a different result. Let's re-examine the steps:

$$= \frac{(3 \cdot 0,63) + 1}{0,63 + 1} = \frac{2,89}{1,63} = 1,77$$

The final answer is **1,77**.

Handwritten notes on the right side of the page:

$$\begin{array}{r} 24 \\ 12 \\ 6 \\ 3 \\ 1 \end{array} \left| \begin{array}{l} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \end{array} \right.$$

20) CESGRANRIO - Esc BB/BB/Agente Comercial/2023

Em 2021, uma empresa lançou o produto P, até então o único de sua categoria no mercado. No início do ano seguinte, uma outra empresa lançou um forte concorrente desse produto. O lançamento desse produto concorrente implicou, em 2022, uma redução de 4% nas vendas do produto P, em comparação com 2021.

Supondo-se que essa taxa de redução anual nas vendas se mantenha, o número aproximado de anos, depois de 2021, em que as vendas do produto P serão apenas 30% das vendas alcançadas no ano do seu lançamento é dado por

~~a) $\frac{-1 + \log_{10} 3}{-2 + 5 \cdot \log_{10} 2 + \log_{10} 3}$~~

b) $\frac{-3 + \log_{10} 3}{-2 + 5 \cdot \log_{10} 2 + \log_{10} 3}$

c) $\frac{2 + 5 \cdot \log_{10} 2}{-1 + 3 \cdot \log_{10} 2 + \log_{10} 3}$

d) $\frac{4 + \log_{10} 2}{-1 + 3 \cdot \log_{10} 2 + \log_{10} 3}$

e) $\frac{-5 + 4 \cdot \log_{10} 3}{-2 + 3 \cdot \log_{10} 2 + \log_{10} 3}$

A

962
482
242
122
622
333
1

$$\begin{aligned} \log 96 &= \log(2^5 \cdot 3) = \log 2^5 + \log 3 \\ &= 5 \cdot \log 2 + \log 3 \end{aligned}$$

lançou o produto P

redução de 4% nas vendas do produto P, em comparação com 2021.

o número aproximado de anos, depois de 2021

vendas do produto P serão apenas 30% das vendas alcançadas no ano do seu lançamento é dado por

$$\frac{4}{100} = 0,04$$

$$\text{Log } 100 = 2$$

$$\frac{30}{100}$$

$$\begin{cases} \text{Log } 1 = 0 \\ \text{Log } 10 = 1 \end{cases}$$

$$M = C \cdot (1+i)^x$$

$$\frac{30}{100} \cdot P = P \cdot (1-0,04)^x$$

$$\frac{3}{10} = 0,96^x$$

$$\text{Log} \left(\frac{3}{10} \right) = \text{Log } 0,96^x$$

$$\text{Log } 3 - \text{Log } 10 = x \cdot \text{Log } 0,96$$

$$\text{Log } 3 - 1 = x \cdot [5 \text{Log } 2 + \text{Log } 3 - 2]$$

$$x = \frac{\text{Log } 3 - 1}{5 \text{Log } 2 + \text{Log } 3 - 2}$$

$$\begin{aligned} & \text{Log} \left(\frac{96}{100} \right) \\ &= \text{Log } 96 - \text{Log } 100 \\ &= 5 \text{Log } 2 + \text{Log } 3 - 2 \end{aligned}$$



-  **@exatas_pragabaritar**
-  **t.me/exatas_pragabaritar**
-  **youtube/exataspragabaritar**

**MUITO
OBRIGADO!**

