

Funções e inequações de 2º grau

FUNÇÃO QUADRÁTICA



1) CESGRANRIO - PPNT (PETROBRAS)/PETROBRAS/Administração e Controle/2010

Na função $f(x) = -x^2 + 3x - 1$, a imagem de -1 é

- ~~a) -5~~
- b) -3
- c) 0
- d) +1
- e) +3

(-1)
y

y

A

Domínio
(x)

$$g(x) = y$$

$$h(x) = y$$

$$y = -x^2 + 3x - 1$$
$$y = -(-1)^2 + 3 \cdot (-1) - 1$$
$$= -1 - 3 - 1 = -5$$

$F(-1)$

$$(-1)^2 =$$
$$(-1) \cdot (-1)$$
$$= 1$$

2) CESGRANRIO - PPNT (PETROBRAS)/PETROBRAS/Ambiental/"Sem Especialidade"/2011

O valor máximo da função de variável real $f(x) = 4(1+x)(6-x)$

é

- a) 44
- b) 46
- c) 48
- d) 49**
- e) 50

$14 \leftarrow \begin{matrix} \cdot 3 = 42 \\ \cdot 0,5 = 7 \end{matrix}$

y_v

1ª mon

$F(x) = 4(6-x+6x-x^2)$

$F(x) = 4(-x^2+5x+6)$

$F(x) = -4x^2 + 20x + 24$

a b c

$y_v = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{-784}{4 \cdot (-4)}$

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$
 $\Delta = 20^2 - 4 \cdot (-4) \cdot (24)$
 $\Delta = 400 + 384$
 $\Delta = 784$

$y_v = \frac{-784}{-16} = 49$

1ª mon

2ª mon

$1+x=0 \rightarrow X=-1$
 $6-x=0 \rightarrow \boxed{6=X}$

$X_v = \frac{-1+6}{2} = \frac{5}{2} = 2,5$

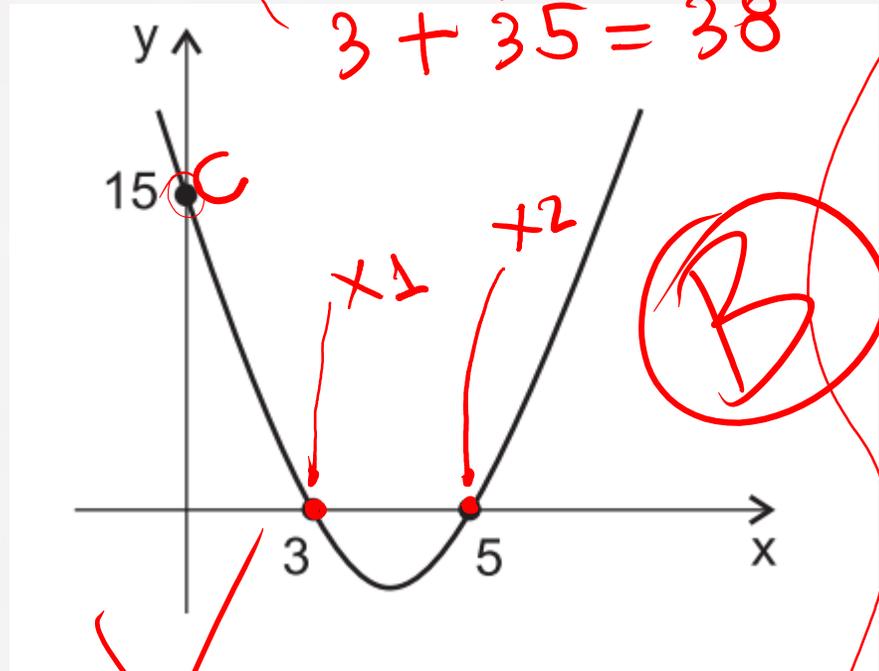
$y_v = 4 \cdot (1+2,5) \cdot (6-2,5)$
 $= 4 \cdot 3,5 \cdot 3,5$
 $= 14 \cdot 3,5$
 $= 49$

3) (CESGRANRIO-PROMINP-2012)

Na função real $f(x) = ax^2 + bx + c$, esboçada no gráfico abaixo, o valor de $f(6) + f(-2)$ é igual a

$F(x) = x^2 - 8x + 15$

$C = 15$



$3 + 35 = 38$

$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

$3 \cdot 5 = \frac{15}{a}$

$15a = 15$
 $a = \frac{15}{15} = 1$

$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$

$3 + 5 = -\frac{b}{1}$

$-b = 8 \cdot (-1)$
 $b = -8$

- (A) 30 (B) 38 (C) 97 (D) 102 (E) 110

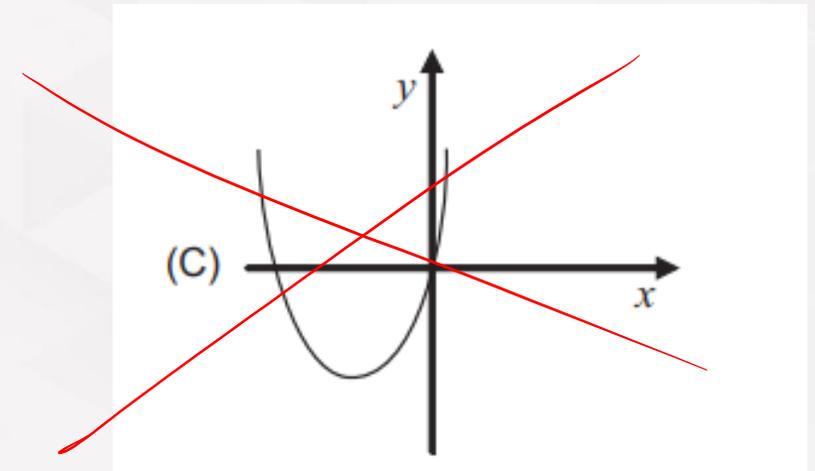
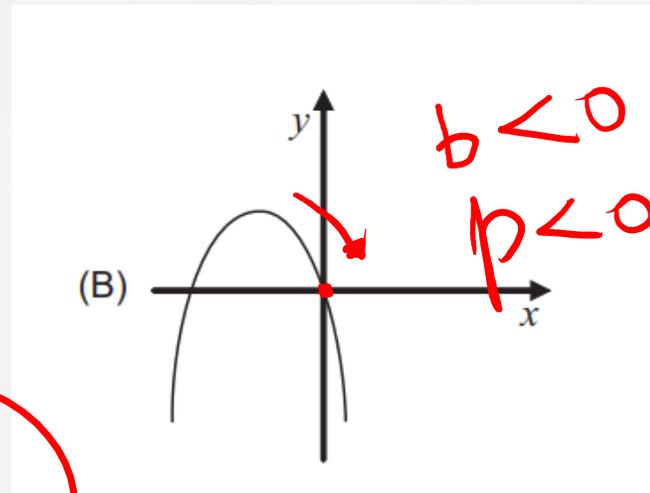
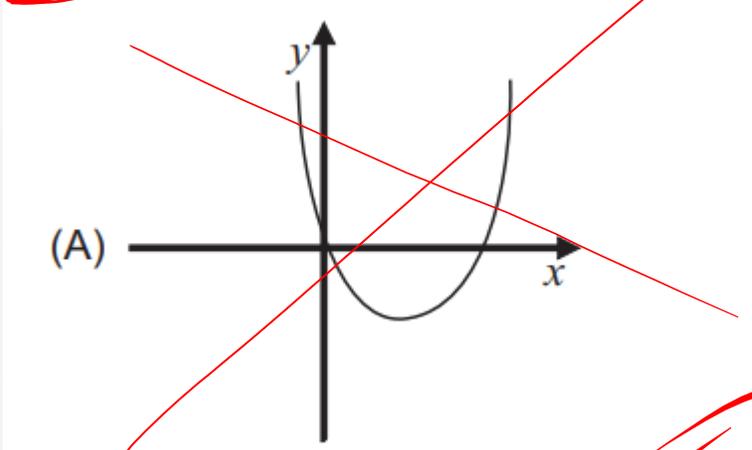
$F(6) = 6^2 - 8 \cdot 6 + 15 = 36 - 48 + 15 = 3$

$F(-2) = (-2)^2 - 8 \cdot (-2) + 15 = 4 + 16 + 15 = 35$

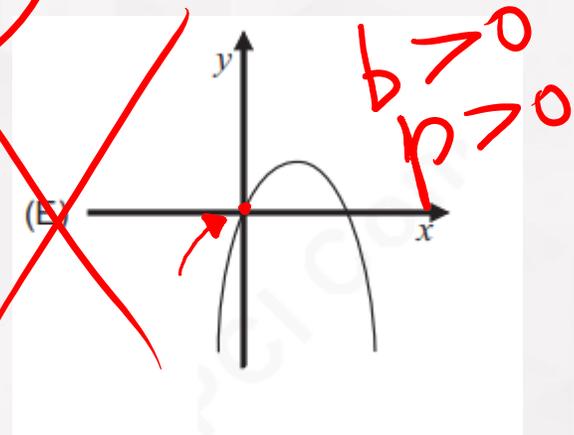
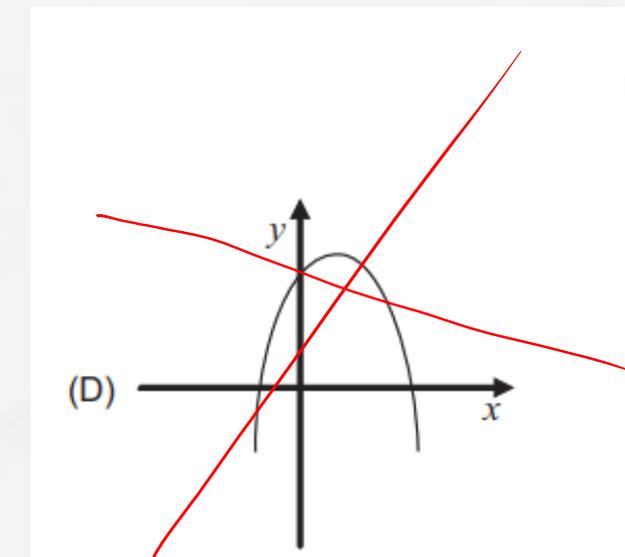
4)(CESGRANRIO-PETROBRAS-2010).

Considere a função $f(x) = mx^2 + px$, onde m, p e q são números reais tais que $m < 0$ e $p > 0$. O gráfico que melhor representa $f(x)$ é:

$a < 0$



E



$$f(x) = mx^2 + px + 0$$
$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$b > 0$

5) CESGRANRIO - Ana (PQS)/PQS/Planejamento e Gestão/2012

O valor mínimo assumido pela função $f: [1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = -x^2 + 4x + 5$, é igual a

- a) 9
- ~~b) 8~~
- ~~c) 5~~
- ~~d) 4~~
- e) 2

$$F(x) = -x^2 + 4x + 5$$
$$F(1) = -1^2 + 4 \cdot 1 + 5 = -1 + 4 + 5 = 8$$
$$F(4) = -4^2 + 4 \cdot 4 + 5 = -16 + 16 + 5 = 5$$

$a = -1$

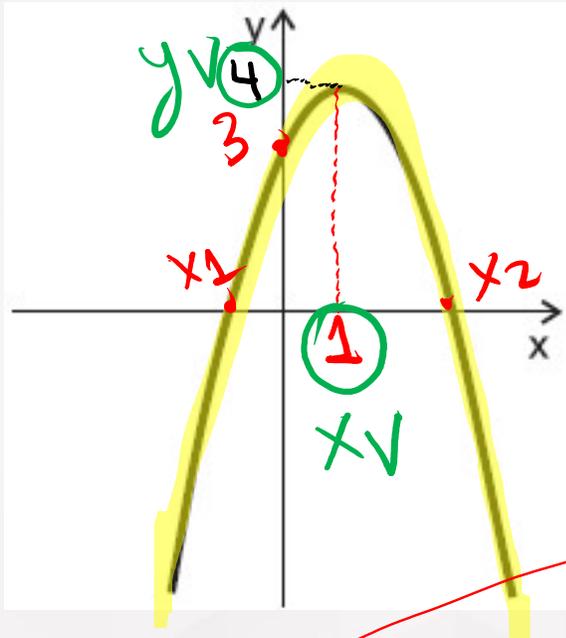


VALOR MÁX

y_v

6) CESGRANRIO - Ass (LIQUIGÁS)/LIQUIGÁS/Administrativo I/2013

A função $f: [-2,4] \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = -x^2 + 2x + 3$, possui seu gráfico apresentado a seguir.

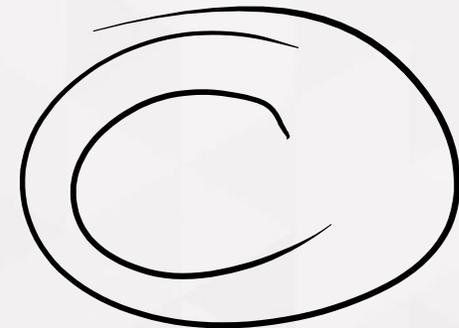


$$x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2 \cdot (-1)} = \frac{-2}{-2} = 1$$

$$y_v = -1^2 + 2 \cdot (1) + 3 = -1 + 2 + 3 = 4$$

O valor máximo assumido pela função f é

- a) 6 b) 5 c) 4 d) 3 e) 1



7) CESGRANRIO - Esc BB/BB/Agente Comercial/2023

J convenceu o diretor de um curso preparatório a abrir uma turma especialmente para o concurso em que ele pretende se inscrever, e comprometeu-se a trazer mais alunos para formar essa turma.

O diretor do curso estabeleceu a seguinte condição:

— Uma sala com 70 lugares, ou seja, com capacidade para até 70 estudantes, será disponibilizada para a turma, desde que cada estudante, incluindo você, J, pague mensalmente R\$ 660,00, mais R\$ 30,00 por cada lugar vago.

Considerando-se a condição estabelecida pelo diretor, para que o curso tenha arrecadação mensal máxima com essa turma, ela deverá ter exatamente x estudantes.

Dividindo-se x por 5, obtém-se resto igual a

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

3

$$X + V = 70 \rightarrow V = 70 - X$$

OCUPADO VAGO

MENSALIDADE = $660 + 30 \cdot V$

$$660 + 30 \cdot (70 - X)$$

$$660 + 2100 - 30X$$

$$= 2760 - 30X$$

$$XV = -\frac{b}{2a} = -\frac{2760}{2 \cdot (-30)}$$

$$= -\frac{2760}{-60} = 46$$

$$\begin{array}{r} 46 \overline{) 230} \\ \underline{45} \\ 1 \end{array}$$

RECEITA = mensalidade e nº de alunos

$$R = (2760 - 30X) \cdot X =$$

$$= -30X^2 + 2760X$$

8) CESGRANRIO - Esc BB/BB/Agente de Tecnologia/2023

Uma fábrica vende mensalmente 200 malas a R\$ 300,00 cada. $ARRECADAC\tilde{A}O = VALOR \cdot m$. O departamento de vendas trabalha com a hipótese de que cada aumento de R\$ 10,00 no preço de cada mala implica a venda mensal de 20 malas a menos. Por exemplo, em um mês em que cada mala foi vendida por R\$ 320,00, foram vendidas 160 malas. Suponha que a hipótese esteja correta e que, em um determinado mês, cada mala foi vendida por $(300 + 10x)$ reais, sendo x o número inteiro de aumentos de R\$ 10,00, tal que $0 \leq x \leq 10$. Nesse mês, com a venda dessas malas, o valor y , em reais, arrecadado, em função de x , é dado por

- a) $y = -200x^2 - 5800x + 63600$
- b) $y = -200x^2 - 4000x + 63600$
- c) $y = -200x^2 - 5800x + 60000$
- d) $y = -200x^2 - 4800x + 60800$
- e) $y = -200x^2 - 4000x + 60000$

E

$$\begin{aligned}
 R &= (300 + 10 \cdot X) \cdot (200 - 20 \cdot X) \\
 &= 60000 - 6000X + 2000X - 200X^2 \\
 &= -200X^2 - 4000X + 60.000
 \end{aligned}$$

9) CESGRANRIO - Tec (CMB)/CMB/Segurança/Prevenção e Combate a Incêndio/2024

Uma academia de ginástica tem uma estratégia para aumentar sua receita, elevando a anuidade e o número de alunos. Hoje a academia tem 300 alunos e pretende receber mais 40 alunos por ano. Além disso, planeja aumentar a anuidade, que hoje é R\$ 5.000,00, em R\$ 100,00 por ano.

Se a estratégia funcionar, a receita total R em x anos será expressa por

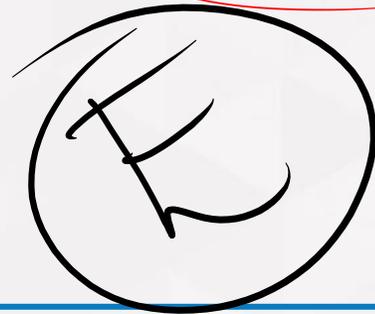
- a) $R = 1500000 + 140x$
- b) $R = 1500000 + 4000x$
- c) $R = 5000 + 4000x + 30x^2$
- d) $R = 5000 + 230000x + 4000x^2$
- ~~e) $R = 1500000 + 230000x + 4000x^2$~~

$$R = \text{ALUNOS} \cdot \text{ANUIDADE}$$

$$(300 + 40 \cdot x) \cdot (5.000 + 100 \cdot x)$$

$$= 1500000 + 30000x + 20000x + 4000x^2$$

$$= 1500000 + 230000x + 4000x^2$$



10) CESGRANRIO - Tec (CMB)/CMB/Segurança/Prevenção e Combate a Incêndio/2024

Uma bola é arremessada para cima verticalmente com uma velocidade de 40 m/s. A bola estava inicialmente a 2 m acima do solo.

A altura h , em metros, no instante t , em segundos, da bola é dada por

$$h(t) = -5t^2 + 40t + 2.$$

Por quantos segundos a bola estará acima de 77 m?

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

$$-5t^2 + 40t + 2 > 77$$

$$-5t^2 + 40t - 75 > 0$$

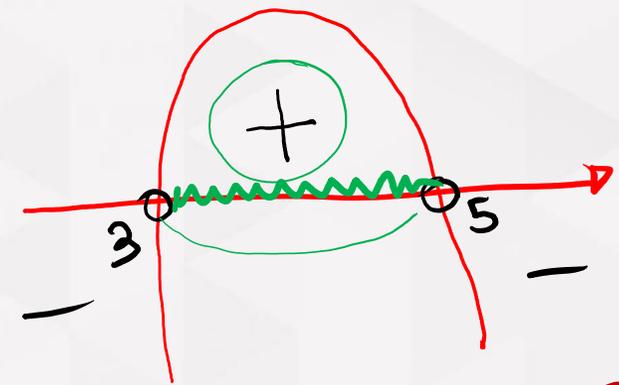
a b c

$$\text{SOMA} = \frac{-40}{-5} = 8$$

$$t' = 3$$

$$t'' = 5$$

$$\text{PRODUTO} = \frac{-75}{-5} = 15$$



$$5 - 3 = 2 \text{ segundos}$$

$$h(t) > 77$$



11) CESGRANRIO - 2023 - Transpetro - Profissional Transpetro de Nível Superior - Junior: Ênfase 9: Comercialização e Logística - Transporte Marítimo

Considere x e y duas grandezas que se relacionam por meio de uma função, expressa pela lei $y = f(x) = ax^2 + bx + c$, com x variando continuamente no intervalo [0;100]. Sabe-se que a, b e c são parâmetros que dependem das condições de mercado.

Considere que $f(x) = 200$ e $f(45) = 605$, sendo esse último o valor máximo atingido pela variável y no intervalo dado.

Nessas condições, o valor da variável y, quando x vale 85 é igual a

- A)175 B)185 C)195 D)215 E)285

Método Sormany

$$(-45)^2 = (-45) \cdot (-45)$$

F

$$\begin{matrix} x & y \\ (0, 200) \\ (45, 605) \\ x_v & y_v \end{matrix}$$

$$a = \frac{-405}{2025} = -\frac{1}{5}$$

$$\begin{aligned} y &= a \cdot (x - x_v)^2 + y_v \\ 200 &= a \cdot (0 - 45)^2 + 605 \\ -405 &= a \cdot 2025 \end{aligned}$$

$$y = -\frac{1}{5} \cdot (x - 45)^2 + 605$$

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{5} \cdot (85 - 45)^2 + 605 \\ &= -\frac{1}{5} \cdot 1600 + 605 \\ &= -320 + 605 \\ &= 285 \end{aligned}$$

Vamos lá, temos a função quadrática $y = f(x) = ax^2 + bx + c$, essa é uma função típica de parábola, e estamos interessados em encontrar seus parâmetros a , b e c .

Sabemos que $f(0) = 200$ significa que quando $x = 0$, $y = 200$, substituindo na função, temos $200 = a \times 0^2 + b \times 0 + c$ o que simplifica para $c = 200$

Temos também que $f(45) = 605$ indica que quando $x = 45$, $y = 605$. Substituímos na função para obter uma equação:

$$605 = a \times 45^2 + b \times 45 + 200$$

$$2025a + 45b = 405$$

Sabemos que o ponto máximo ocorre em $x = 45$, em uma parábola, o ponto máximo (ou mínimo) ocorre onde a derivada da função é zero.

A derivada de $f(x)$ é $f'(x) = 2ax + b$, para $x = 45$, a derivada é zero, então:

$$2a \times 45 + b = 0$$

$$90a + b = 0$$

$$2025a + 45b = 405$$

$$2025a + 45 \times (-90a) = 405$$

$$2025a - 4050a = 405$$

$$a = -\frac{405}{2025} = -0,2$$

Como $b = -90a$ temos que

$$b = -90 \times (-0,2) = 18$$

Logo a função completa é:

$$f(x) = -0,2x^2 + 18x + 200$$

Calculando o $f(85)$ temos:

$$f(85) = -0,2 \cdot 85^2 + 18 \cdot 85 + 200 = -1445 + 1530 + 200 = 285$$

$$2025a + 45b = 405$$

$$2025a + 45 \times (-90a) = 405$$

$$2025a - 4050a = 405$$

$$a = -\frac{405}{2025} = -0,2$$

Como $b = -90a$ temos que

$$b = -90 \times (-0,2) = 18$$

Logo a função completa é:

$$f(x) = -0,2x^2 + 18x + 200$$

Calculando o $f(85)$ temos:

$$f(85) = -0,2 \cdot 85^2 + 18 \cdot 85 + 200 = -1445 + 1530 + 200 = 285$$

12) CESGRANRIO - 2022 - ELETROBRAS-ELETRONUCLEAR - Especialista em Segurança de Área Protegida em Nuclear

Para $b \in \mathbb{R}$, considere a equação $2x + b = x^2 - 2x - 4$.

A equação dada possui 2 raízes reais distintas quando, e apenas quando,

A) $b < 8$ B) $b > -8$ C) $b = -8$ D) $b < 0$ E) $b \neq -4$

$$\Delta > 0$$

$$2x + b = x^2 - 2x - 4$$

$$x^2 - 2x - 4 - 2x - b = 0$$

$$x^2 - 4x - 4 - b = 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$b^2 - 4 \cdot a \cdot c > 0$$

$$(-4)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (-4 - b) > 0$$

$$16 + 16 + 4b > 0$$

$$32 + 4b > 0$$

$$4b > -32$$

$$b > -\frac{32}{4} \therefore b > -8$$

B

13)(CESGRANRIO-PROMINP-2012)

O lucro de uma empresa pode ser calculado a partir da função

$L(x) = (kx - 16) \cdot (-x + 10)$, em que x é a quantidade de unidades vendidas de seu produto e $k \neq 0$.

Ao vender 9 unidades, a empresa maximizará seu lucro se o valor de k for igual a

- (A) 4/7
- (B) 1/5
- (C) 8/13
- (D) 16/9
- (E) 2

F

$$L(x) = (kx - 16) \cdot (-x + 10) = -kx^2 + 10kx + 16x - 160$$

$$= -kx^2 + (10k + 16)x - 160$$

$$x_v = \frac{-b}{2a}$$

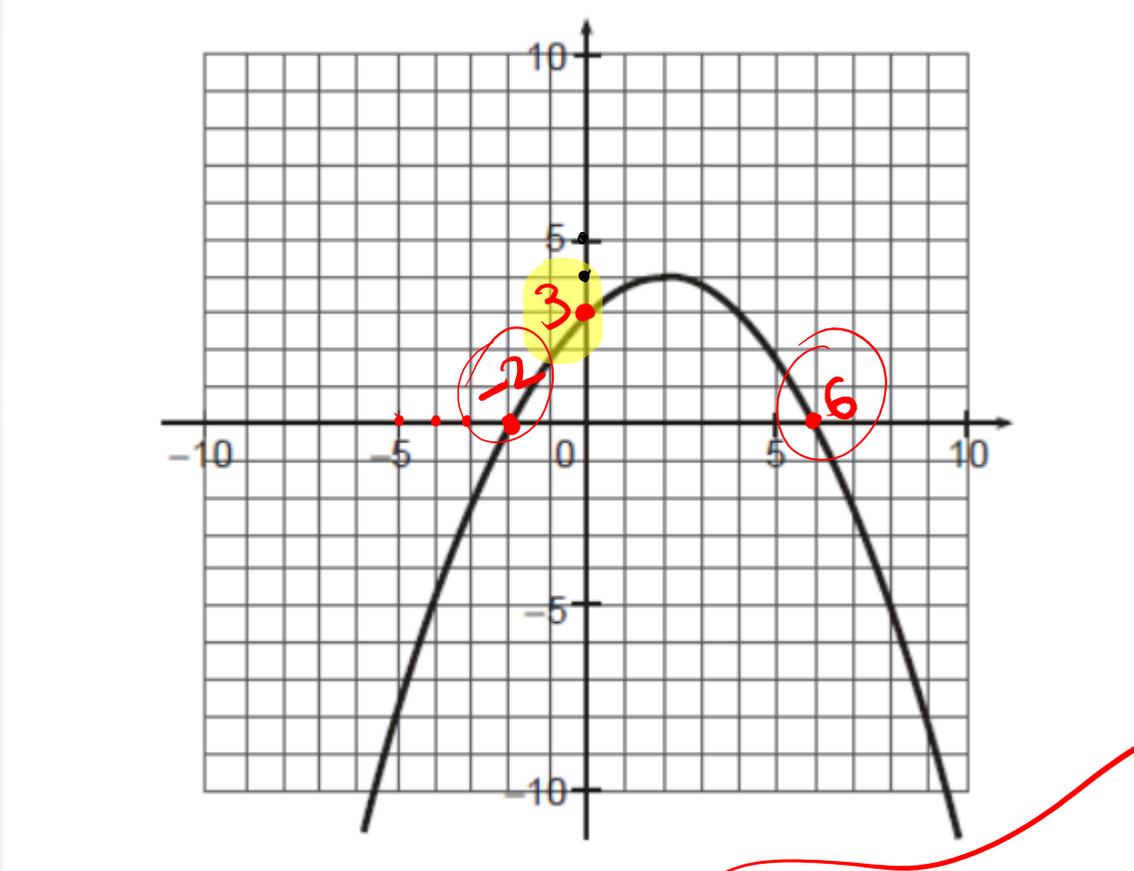
~~$$g = \frac{-10k - 16}{-2k}$$~~

$$-10k - 16 = -18k$$

$$8k = 16 \rightarrow k = \frac{16}{8} = 2$$

14)CESGRANRIO – PPNT (PETROBRAS)/PETROBRAS/Estabilidade/2014

Considere a função quadrática $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, cujo gráfico é mostrado a seguir.



$C = 3$

RAÍZES

Para se obterem os zeros da função acima, basta resolver -se a equação do segundo grau

- a) ~~$x^2 - 2x + 6 = 0$~~
- b) ~~$-\frac{x^2}{4} + x + 3 = 0$~~
- c) ~~$-x^2 + \frac{3}{2}x + 3 = 0$~~
- d) ~~$-x^2 + 2x - 6 = 0$~~
- e) ~~$-2x^2 + 3x + 6 = 0$~~

$x_1 = -2$

$x_2 = 6$

$-2 \cdot 6 = -12$

$C = 3$



~~$-\frac{x^2}{4} + x + 3 = 0$~~

$a = -\frac{1}{4}$
 $b = 1$

produto = $\frac{c}{a}$

$\frac{3}{-\frac{1}{4}} = \frac{12}{-1} = -12$

c) ~~$-x^2 + \frac{3}{2}x + 3 = 0$~~

produto = $\frac{3}{-1} = -3$

$$(x+1) \cdot (x+1) = x^2 + x + x + 1 = x^2 + 2x + 1$$

15) CESGRANRIO - PTNM (TRANSPETRO)/TRANSPETRO/Administração e Controle/2012

A raiz da função $f(x) = 2x - 8$ é também raiz da função quadrática $g(x) = ax^2 + bx + c$.

Se o vértice da parábola, gráfico da função $g(x)$, é o ponto $V(-1, -25)$, a soma $a + b + c$ é igual a

- a) - 25 b) - 24 c) - 23 d) - 22 e) - 21

$$2x - 8 = 0$$

$$2x = 8$$

$$x = 4$$

$(4, 0)$

$$25 = 25a$$

$$a = 1$$

$$y = a \cdot (x - x_v)^2 + y_v$$

$$0 = a \cdot (4 + 1)^2 + (-25)$$

$$0 = a \cdot 25 - 25$$

$$y = 1 \cdot (x + 1)^2 + (-25)$$

$$y = x^2 + 2x + 1 - 25$$

$$y = 1x^2 + 2x - 24$$

$a \quad b \quad c$

$$1 + 2 - 24$$

$$= -21$$

K

Pessoal, a raiz da função $f(x) = 2x - 8$ é:

$$2x - 8 = 0$$

$$2x = 8$$

$$x = 4$$

Dessa forma, sabemos que $x = 4$ também é raiz de $g(x) = ax^2 + bx + c$... Então, substituindo, teremos:

$$a.4^2 + b.4 + c = 0$$

$$\boxed{16a + 4b + c = 0} \rightarrow (i)$$

Salvo neste PC

Agora, se o vértice da parábola do gráfico da função $g(x)$ é $V(-1, -25)$, então podemos dizer que:

$$x_v = -1$$

$$\frac{-b}{2a} = -1$$

$$\frac{-b}{2a} = -1$$

$$b = 2a$$

E, também podemos dizer que:

$$y_v = -25$$

$$\frac{-(b^2 - 4.a.c)}{4a} = -25$$

$$-(b^2 - 4.a.c) = -100a$$

$$b^2 - 4.a.c = 100a$$

Substituindo o valor de **b**, teremos:

$$(2a)^2 - 4ac = 100a$$

$$4a^2 - 4ac = 100a$$

$$4a \cdot (a - c) = 100a$$

$$(a - c) = \frac{100a}{4a}$$

$$a - c = 25$$

$$c = a - 25$$

Agora, vamos substituir os valores de **b** e **c** na equação (i)... Então,

$$16a + 4 \cdot (2a) + a - 25 = 0$$

$$16a + 8a + a = 25$$

$$25a = 25$$

$$a = 1$$

E, os valores de **b** e **c** serão...

$$b = 2 \cdot 1 \quad \text{e} \quad c = 1 - 25$$

$$b = 2 \quad \text{e} \quad c = -24$$

Pronto!!... O valor de $a + b + c$ é:

$$1 + 2 - 24$$

$$= -21$$

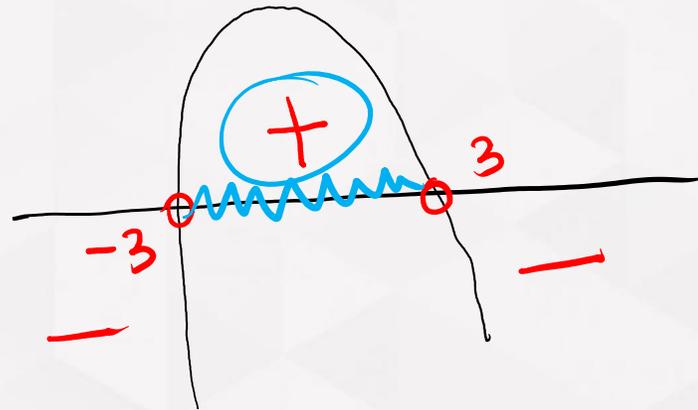
16) CESGRANRIO - Tec Arq (BNDES)/BNDES/2009

O conjunto-solução da inequação $9 - x^2 > 0$ é

- a) ~~$-3 > x > 3$~~ b) $-3 < x < 3$ c) $x \leq 3$ d) $x < 3$ e) $x > 3$

$9 - x^2 > 0$
F(x)

positivo



$-3 < x < 3$

$9 - x^2 = 0$
 $9 = x^2$
 $x = \pm \sqrt{9}$
 $= \pm 3$

B

\geq \leq $>$ $<$

17) CESGRANRIO - 2018 - Banco da Amazônia - Técnico Bancário

Inequação 1: $5x - 7 > x^2 - x + 1$

Inequação 2: $x + 6 > -x + 10$

$5x - 7 - x^2 + x - 1 > 0$

SOMA = $-\frac{6}{-1} = 6$

$-x^2 + 6x - 8 > 0$

PRODUTO = $\frac{-8}{-1} = 8$

$x' = 2 \quad x'' = 4$

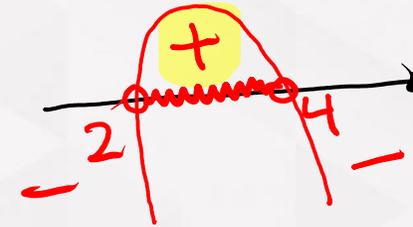
Um número real x , que é solução da inequação 2, também será solução da inequação 1, se, e somente se, for solução da inequação

- (A) $-x < -4$
- (B) $4x - 16 < 0$
- (C) $x^2 - 16 > 0$
- (D) $x + 1 > x + 9$
- (E) $\frac{1}{x} < \frac{1}{4}$

$x > 4$

$x + 6 > -x + 10$

$2x > 4$
 $x > 2$



$2 < x < 4$

$4x - 16 < 0$
 $4x < 16$
 $x < 16/4$
 $x < 4$

~~$x < 4$~~

B

18) CESGRANRIO - Esc BB/BB/Agente Comercial/2021

Para os seis primeiros meses de um investimento, a evolução, em milhares de reais, de um certo investimento de R\$ 3.000,00 é expressa pela fórmula $M(x) = -\frac{1}{4}(x-4)^2 + 7$, onde $M(x)$ indica quantos milhares de reais a pessoa poderá retirar após x meses desse investimento. Um cliente pretende deixar esse investimento por seis meses.

Nesse caso, de quanto será a sua perda, em reais, em relação ao máximo que ele poderia ter retirado?

- a) 1.000 b) 3.000 c) 4.000 d) 5.000 e) 6.000

Handwritten calculations in red ink:

$$7.000 - 6.000 = 1.000$$

$$M(6) = -\frac{1}{4} \cdot (6-4)^2 + 7 = -\frac{1}{4} \cdot 4 + 7 = 6$$

6.000

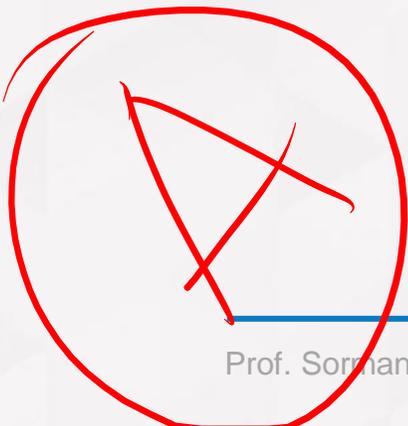
Handwritten notes and formulas:

$$M(x) = -\frac{1}{4} \cdot (x-4)^2 + 7$$

$a \cdot (x - x_v)^2 + y_v$

$MAx = 7.000$

$2^2 = 4$





-  **@exatas_pragabaritar**
-  **t.me/exatas_pragabaritar**
-  **youtube/exataspragabaritar**

**MUITO
OBRIGADO!**

