

# Probabilidade (PARTE 2)

## Professor Sormany Barreto



# EXERCÍCIOS – DEFINIÇÃO DE PROBABILIDADE

## PROPRIEDADES DA PROBABILIDADE

1) Joga-se um dado duas vezes e, em cada lançamento, observa-se o número da face voltada para cima.

Qual a probabilidade de que a soma dos números obtidos seja 7?

a)  $1/2$

b)  $1/3$

c)  $1/5$

d)  $1/6$

e)  $1/7$



# Solução:

## Espaço Amostral

Dados	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)



2) A Empresa **XYZ** possui 200 funcionários dos quais 40% possuem plano de saúde, e 60 % são homens. Sabe-se que 25% das mulheres que trabalham na empresa **XYZ** possuem planos de saúde. Selecionando-se, aleatoriamente, um funcionário desta empresa, a probabilidade de que seja mulher e possua plano de saúde é igual a:

- A)  $1/10$
- B)  $2/5$
- C)  $3/10$
- D)  $4/5$
- E)  $4/7$



3) Considere que numa cidade 40% da população adulta é fumante, 40% dos adultos fumantes são mulheres e 60% dos adultos não-fumantes são mulheres. Qual a probabilidade de uma pessoa adulta da cidade escolhida ao acaso ser uma mulher?

- a) 52%
- b) 48%
- c) 50%
- d) 44%
- e) 56%



# Solução:



4) Um dos anagramas da palavra **CAPOTE** será sorteado, de modo aleatório.

Qual é a probabilidade de ele começar e terminar por consoante?

- a) 14%
- b) 18%
- c) 20%
- d) 22%
- e) 14%

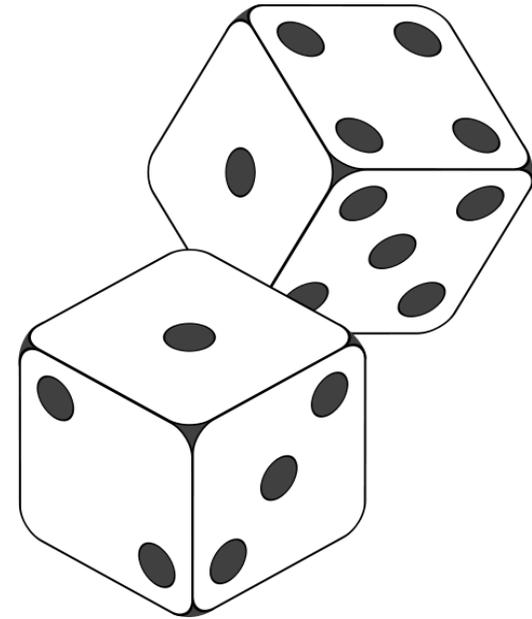


# Solução:



5) Jogando ao mesmo tempo dois dados honestos, qual a probabilidade de o produto dos números das faces ser igual a 12?

- a)  $1/3$
- b)  $1/6$
- c)  $1/9$
- d)  $1/12$
- e)  $1/15$



# Solução:



6) Um torneio, no qual há um único vencedor, é disputado por quatro equipes: Azul, Branca, Verde e Preta.

Sabe-se que a probabilidade de a equipe Azul vencer o torneio é o dobro da equipe Branca; a probabilidade de a equipe Branca vencer o torneio é o triplo da equipe Verde e a equipe Verde tem a mesma probabilidade de vencer o torneio que a equipe Preta. A probabilidade de a equipe Azul vencer o torneio é:

a)  $3/11$

b)  $4/11$

c)  $5/11$

d)  $6/11$

e)  $7/11$



# Solução:



7) Uma fatia de pão com manteiga pode cair no chão de duas maneiras apenas:

- com a manteiga para cima (evento A);
- com a manteiga para baixo (evento B).

Uma possível distribuição de probabilidade para esses eventos é:

a)  $P(A) = P(B) = 3/7$

b)  $P(A) = 0$  e  $P(B) = 5/7$

c)  $P(A) = -0,3$  e  $P(B) = 1,3$

d)  $P(A) = 0,4$  e  $P(B) = 0,6$

e)  $P(A) = 6/7$  e  $P(B) = 0$



# Solução:



## Soma de probabilidades (regra do "ou") (Probabilidade da união de dois eventos)

No caso de um sorteio e duas chances você ganha com uma possibilidade ou com a outra. Por isso regra do **"ou"**. Dados os eventos  $A$  e  $B$ , a probabilidade de que ocorram  $A$  **ou**  $B$  dependerá de duas condições:



Se os eventos forem **não** mutuamente exclusivos ( $A \cup B$  possuem elementos em comum)

$$A \cap B = \emptyset$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Se os eventos forem mutuamente exclusivos (Disjuntos)

$$A \cap B = \emptyset$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

**Tome nota:**

**Conectivo "ou" → SOMA**



**8)** Em uma empresa existem 70 funcionários, distribuídos da seguinte forma:

- . 44 homens
- . 10 mulheres com mais de 50 anos
- . 19 homens com mais de 50 anos

Um funcionário será sorteado para ganhar uma viagem como parte do programa de premiação da empresa. Qual é a probabilidade do funcionário ser homem ou ter mais de 50 anos?

a)  $17/30$

b)  $27/35$

c)  $18/35$

d)  $44/70$

e)  $63/70$



# Solução:



9) Uma urna contém 20 bolas numeradas de 1 a 20. Quando uma bola é retirada ao acaso, qual é a probabilidade do número ser múltiplo de 3 ou de 5?

- a) 50%
- b) 20%
- c) 30%
- d) 40%
- e) 10%



# Solução:



**10)** Dois dados, de seis faces, são lançados simultaneamente e os números das faces voltadas para cima são somados.

A probabilidade da soma ser menor que 5 ou igual a 10 é:

A) 35%

B) 20%

C) 30%

D) 15%

E) 25%



# Solução:



**11)** Quando Paulo vai ao futebol, a probabilidade de ele encontrar Ricardo é 0,40; a probabilidade de ele encontrar Fernando é igual a 0,10; a probabilidade de ele encontrar ambos, Ricardo e Fernando, é igual a 0,05.

Assim, a probabilidade de Paulo encontrar Ricardo ou Fernando é igual a:

a) 0,04

b) b) 0,40

c) c) 0,50

d) 0,45

e) 0,95



# Solução:



**12)** A tabela apresenta a classificação segundo duas variáveis, sexo e idade, dos 1.200 funcionários de uma empresa.

Idade \ Sexo	Homens	Mulheres	Totais
< 30 anos	250	150	400
30   — 50anos	300	200	500
≥ 50anos	180	120	300
Totais	730	470	1.200

Se um funcionário é selecionado ao acaso dessa empresa, a probabilidade dele ser mulher ou ter pelo menos 30 anos é

- (A)  $11/24$     (B)  $13/15$     (C)  $19/24$     (D)  $12/17$     (E)  $11/17$



# Solução:



# Probabilidade condicional

Qual é a probabilidade de um evento sabendo-se que um outro evento já ocorreu? Antes da realização de um experimento, é necessário que já se tenha alguma informação sobre o evento que já se deseja observar.

Nesse caso, o espaço amostral se modifica e o evento tem a sua probabilidade de ocorrência alterada.

$$P(A \text{ dado } B) = P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad \text{com } P(B) \neq 0$$

Onde  $B$  é a condição, ou seja, o fato ocorrido.





### Tome nota:

- Você lerá da seguinte maneira: a probabilidade de A ocorrer sabendo-se que B ocorreu.
- Muitos problemas envolvendo probabilidade condicional podem ser resolvidos **reduzindo-se adequadamente o espaço amostral**, a partir de uma informação parcial do resultado do experimento.



# EXERCÍCIOS

**13)** Um grupo de 50 moças é classificado de acordo com a cor dos cabelos, e dos olhos de cada moça, segundo a tabela:

<b>Cabelos</b>	<b>Olhos</b>	
	<b>Azuis</b>	<b>Castanhos</b>
<b>Loira</b>	<b>17</b>	<b>9</b>
<b>Morena</b>	<b>4</b>	<b>14</b>
<b>Ruiva</b>	<b>3</b>	<b>3</b>

Está chovendo quando você encontra a menina, seus cabelos estão completamente cobertos, mas você percebe que ela tem olhos castanhos. Qual a probabilidade de ela ser morena?

a)  $13/25$

b)  $7/25$

c)  $7/13$

d)  $4/13$

e)  $14/25$



# Solução:



**14)** Uma caixa contém 25 bolas numeradas de 1 a 20. Uma bola é escolhida e percebe-se que o número marcado é maior que 11.

Qual é a probabilidade desse número ser múltiplo de 5?



# Solução:



**15)** Frequentemente assumimos, com alguma justificativa, que a paternidade leva a responsabilidade. Pessoas que passam anos atuando de maneira descuidada e irracional de alguma forma parecem se tornar em pessoas diferentes uma vez que elas se tornam pais, mudando muitos dos seus antigos padrões habituais.

S

uponha que uma estação de rádio tenha amostrado 100 pessoas, 20 das quais tinham crianças. Eles observaram que 30 dessas pessoas usavam cinto de segurança, e que 15 daquelas pessoas tinham crianças. Os resultados são mostrados na Tabela.



<b>Paternidade</b>	<b>Usam cinto</b>	<b>Não usam cinto</b>	<b>Total</b>
<b>Com crianças</b>	<b>15</b>	<b>5</b>	<b>20</b>
<b>Sem crianças</b>	<b>15</b>	<b>65</b>	<b>80</b>
<b>Total</b>	<b>30</b>	<b>70</b>	<b>100</b>

Com base nos dados expostos, determine

- a) A probabilidade de uma pessoa amostrada aleatoriamente usar cinto de segurança
- b) A probabilidade de uma pessoa ter criança e usar cinto de segurança.
- c) A probabilidade de uma pessoa usar cinto de segurança dado que tem criança
- d) A probabilidade de uma pessoa ter criança dado que usa cinto de segurança.



**Solução:**



**Solução:**



**16)** Gabiru estuda em uma universidade na qual, entre as moças de cabelos loiros, 18 possuem olhos azuis e 8 possuem olhos castanhos; entre as moças de cabelos pretos, 9 possuem olhos azuis e 9 possuem olhos castanhos; entre as moças de cabelos ruivos, 4 possuem olhos azuis e 2 possuem olhos castanhos. Marisa seleciona aleatoriamente uma dessas moças para apresentar para seu amigo Gabiru. Ao encontrar com Gabiru, Marisa informa que a moça selecionada possui olhos castanhos. Com essa informação, Gabiru conclui que a probabilidade de a moça possuir cabelos loiros ou ruivos é igual a:

- A)0                      B)10/19                      C)19/50                      D)10/50                      E)19/31



# Solução (tabela montada para agilizar):

		Olhos	
		Azuis	Castanhos
Cabelos	Loiro	18	8
	Preto	9	9
	Ruivo	4	2



17) Quando Maria vai visitar sua família, a probabilidade de Maria encontrar sua filha Kátia é 0,25; a probabilidade de Maria encontrar seu primo Josino é igual a 0,30; a probabilidade de Maria encontrar ambos - Kátia e Josino é igual a 0,05.

Sabendo-se que, ao visitar sua família, Maria encontrou Kátia, então a probabilidade de ela ter encontrado Josino é igual a:

a) 0,30

b) 0,20

c) 0,075

d) 0,1667

e) 0,05



**Solução:**



# Produto de probabilidade

A probabilidade condicional mostra que:

$$P(A / B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Que pode ser expressa da forma:

$$P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A / B)$$



# Teorema da Multiplicação

A probabilidade de ocorrerem os eventos A e B é igual a probabilidade de B vezes a probabilidade de A depois que B ocorreu.

Se a ocorrência do evento A não influir no cálculo da probabilidade do evento B, os eventos **são ditos independentes** e neste caso, tem-se

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Isto quer dizer que se A e B são independentes, então:

$$P(A / B) = P(A)$$

$$P(B / A) = P(B)$$



A primeira expressão afirma que a probabilidade de A ocorrer sabendo que B ocorreu é a própria probabilidade de A ocorrer.

A segunda expressão afirma que a probabilidade de B ocorrer sabendo que A ocorreu é a própria probabilidade de B ocorrer.





Dois eventos são ditos independentes se a ocorrência ou não de um, não afeta a ocorrência do outro. Dica: esta regra pode ser generalizada para  $n$  eventos.

Esse teorema é aplicado quando queremos determinar a probabilidade de ocorrer um evento  $A$  e um evento  $B$ , pois o conectivo "e" indica a intersecção dos dois eventos.



## Exercícios:

Uma pessoa tem, no bolso, exatamente duas notas de R\$5,00 e quatro notas de R\$ 10,00. Essa pessoa retira sucessivamente e sem reposição três notas do bolso.



Com base nas informações do texto acima, analise a alternativa correta.



**17)** A probabilidade de as notas terem o mesmo valor é de

a) 10%

b) 14%

c) 20%

d) 24%

e) 30%



**18)** A probabilidade de saírem duas notas de R\$ 5,00 e uma de R\$ 10,00 é de

- a)  $1/15$
- b)  $2/15$
- c) 20%
- d) 25%
- e) 30%



**19)** A probabilidade de as notas totalizarem R\$25,00 é de

- a) 20%
- b) 30%
- c) 40%
- d) 50%
- e) 60%



**20)** A probabilidade de as notas totalizarem R\$ 15,00 é de

a) 4%

b) 6%

c)  $6/125$

d) 0%

e)  $7/125$



**21)** A probabilidade de que um home esteja vivo daqui a 30 anos é  $\frac{2}{5}$ ; a de sua mulher é de  $\frac{2}{3}$ . Determinar a probabilidade de que daqui a 30 anos:

a) ambos estejam vivos;



b) somente o homem esteja vivo;

c) somente a mulher esteja viva;



d)nenhum esteja vivo;

e)somente um deles esteja vivo;



f) pelo menos um esteja vivo



**22)** Lançando-se uma moeda 6 vezes, qual a probabilidade de ocorrer exatamente 4 vezes o resultado cara?

a)  $15/64$

b)  $3/5$

c)  $3/4$

d)  $2/3$

e)  $1/15$



**23)** Uma moeda é lançada 5 vezes.

**a)** Calcule a probabilidade de se obter a face cara voltada para cima em exatamente dois dos cinco lançamentos



**b)** Calcule a probabilidade de se obter a face cara voltada para cima em pelo menos um lançamento



**24)** Um estudo indica que, nas comunidades que vivem em clima muito frio e com uma dieta de baixa ingestão de gordura animal, a probabilidade de os casais terem filhos do sexo masculino é igual a  $1/4$ .

Desse modo, a probabilidade de um casal ter dois meninos e três meninas é igual a:

A)  $37/64$

B)  $45/216$

C)  $135/512$

D)  $45/512$

E)  $9/16$



**25)** Um pesquisador possui em seu laboratório um recipiente contendo 100 exemplares de *Aedes aegypti*, cada um deles contaminado com apenas um dos tipos de vírus, de acordo com a seguinte tabela:

Tipo	Quantidade de Mosquitos
DEN 1	30
DEN 2	60
DEN 3	10

Retirando-se simultaneamente e ao acaso dois mosquitos desse recipiente, a probabilidade de que pelo menos um esteja contaminado com o tipo DEN 3 equivale a:

a)  $\frac{8}{81}$

b)  $\frac{10}{99}$

c)  $\frac{11}{100}$

d)  $\frac{21}{110}$



# Solução:



**26)** O Ministério da Fazenda pretende selecionar ao acaso 3 analistas para executar um trabalho na área de tributos. Esses 3 analistas serão selecionados de um grupo composto por 6 homens e 4 mulheres. A probabilidade de os 3 analistas serem do mesmo sexo é igual a

- a) 40%.
- b) 50%.
- c) 30%.
- d) 20%.
- e) 60%.



**27)** Três amigas participam de um campeonato de arco e flecha. Em cada tiro, a primeira das amigas tem uma probabilidade de acertar o alvo de  $\frac{3}{5}$ , a segunda tem uma probabilidade de acertar o alvo de  $\frac{5}{6}$ , e a terceira tem uma probabilidade de acertar o alvo de  $\frac{2}{3}$ . Se cada uma das amigas der um tiro de maneira independente dos tiros das outras duas, qual a probabilidade de pelo menos dois dos três tiros acertarem o alvo?

a)  $\frac{90}{100}$

b)  $\frac{50}{100}$

c)  $\frac{71}{100}$

d)  $\frac{71}{90}$

e)  $\frac{60}{90}$



# Solução:



$a^2 = 2ab + b^2 = (a+b)^2$   
 $\cos \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{1+\cos A}{2}}$   
 $x^2 = \dots$   
 $\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N W_i X_i$   
 $\sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i - x_2)}$   
 $\forall x \forall y [p(x,y)] \equiv \exists x \exists y$   
 $\text{th}(z)$   
 $P \rightarrow q$   
 $P$   
 $\sinh(x) =$   
 $p \rightarrow$   
 $P$   
 $\sin \frac{A}{2} =$   
 $S = \sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i - x_2)}$   
 $\cot(-x) = -\cot(x)$

**CENTRO DE ESTUDOS**  
  
**SOU + SORMANY!**  
**ENCARE A BATALHA E A GENTE CHEGA JUNTO**

- 
[Youtube.com/smsormany](https://www.youtube.com/smsormany)
- 
[@smsormany](https://www.instagram.com/smsormany)
- 
[smsormany](https://www.facebook.com/smsormany)

Até a próxima aula