

Verdadeira 
 ou
 Falsa 

ESTRUTURAS LÓGICAS

1. Conceito de Proposição

✚ **Proposição** é toda oração declarativa que pode ser classificada como verdadeira ou falsa, ou seja, é todo encadeamento de termos, palavras ou símbolos que expressam um pensamento de sentido completo.

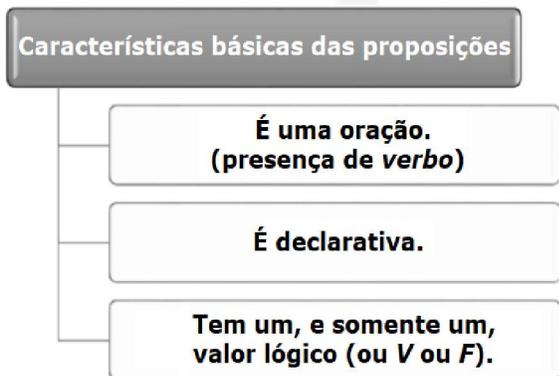
Normalmente as proposições são representadas por letras maiúsculas ou minúsculas, sendo as mais usuais: p, q, r, A ou B .

✓ **Exemplos:**

- $p \rightarrow$ Uma Constituição é a organização jurídica fundamental de um Estado.
- $q \rightarrow 2 \times 3 = 11$ (dois vezes três é igual a 11).
- $r \rightarrow$ Existe vida após a morte.

A proposição p é verdadeira (V); a proposição q é Falsa (F); e não sabemos o valor lógico da proposição r , mas ela, apesar de ainda não conseguirmos classificá-la, possui um valor lógico V ou F, sendo, portanto, uma proposição.

O diagrama a seguir ilustra as características básicas das proposições:



Dois elementos são essenciais em uma proposição lógica:



✓ **Exemplos:**

- a) *Onze é diferente de seis. (11 ≠ 6)*
 - sujeito: onze;
 - predicado: é diferente de seis;
 - é declarativa;
 - valor lógico: verdadeira (V).
- b) *O Acre é a capital do Brasil.*
 - sujeito: o Acre;
 - predicado: é a capital do Brasil;
 - é declarativa;
 - valor lógico: falsa (F).

A) Sentenças Fechadas e Abertas

✦ **Sentenças abertas (ou Funções Proposicionais ou Proposições Abertas)**

✚ São aquelas que possuem uma indeterminação. Nas sentenças abertas o valor lógico da sentença depende do valor (do nome) atribuído a variável.

✓ **Exemplo 1:**

$$x + 6 = 8$$

Não é possível concluir que esta frase é verdadeira ou falsa, já que o valor de x não é conhecido. Por exemplo: se x **tiver valor igual a 2**, de fato a igualdade é **verdadeira**, pois $2 + 6 = 8$. No entanto, para valores de x **diferentes de 2**, a igualdade **está errada**, pois x é uma variável, podendo assumir inúmeros valores.

✓ **Exemplo 2:**

"Ele foi o campeão do torneio de Roland Garros em 2019."



Neste caso não sabemos quem é "ele", o que não nos deixa classificar a frase em V ou F. Caso "ele" seja **Rafael Nadal**, então a frase é **verdadeira**. Caso "ele" seja **qualquer outro tenista**, a frase será falsa. A palavra "ele" dá o teor de indefinição. Não sabemos quem é ele. Ou seja, temos uma **variável**.

❖ **Sentenças fechadas(Proposição)**

✚ São aquelas que não possuem indeterminação. Nas sentenças fechadas é possível afirmar o valor lógico da proposição.

✓ **Exemplo 1:**

"Roberto Carlos é um cantor muito famoso."

✓ **Exemplo 2:**

$5 + 1 < 8$
(5 mais 1 é menor do que 8)

Perceba que, ao contrário das sentenças abertas, nos exemplos acima **não existem indeterminações**.

⚠ **ATENÇÃO**

Não podem ser consideradas proposições:

- Frases que se dizem, a si próprias, falsas ou mentirosas.
- Ordens, determinações (sentenças imperativas).
- Perguntas, questionamentos (sentenças interrogativas).
- Sentenças sem verbo.
- Desejos, aspirações.

▪ Sentenças exclamativas.

▪ Sentenças abertas.

✓ **Exemplos:**

- Estude bastante. (sentença imperativa)
- Em que ano o homem foi à lua? (sentença interrogativa)
- $8 + 2$ (sem verbo e predicado)
- Alunos do professor Sormany. (sem verbo e predicado)
- Que vidão! (sentença exclamativa)
- A expressão $x + y$ é positiva. (sentença aberta)
- Ele é policial militar da Bahia. (sentença aberta)

B) Paradoxos

✚ O termo **paradoxo** quer dizer algo surpreendente, estranho, chocante, extraordinário, contrário ao comum ou mesmo algo incrível. Podemos dizer que há um paradoxo quando temos uma conclusão contraditória de um raciocínio que está aparentemente correto e que tenha premissas aparentemente corretas.

✓ **Exemplos:**

- a) O cidadão português afirma que todos os portugueses são mentirosos.
- b) "Esta sentença é falsa"
- c) Nunca diga não.
- d) Tudo que eu digo é mentira.
- e) Toda regra tem uma exceção.



⚠️ ATENÇÃO

Paradoxo de Exceção

"Toda regra tem uma exceção".

Se considerarmos isso uma regra, então ela deve ter uma exceção. Se ela tem exceção então haverá regra sem exceção.

2. Princípios Fundamentais da Lógica

- ✚ Uma proposição qualquer "p" é igual a si mesma (**princípio da identidade**)
- ✚ Uma proposição "p" não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo (**princípio da não-contradição**)
- ✚ Uma proposição "p" é V ou F, não havendo uma terceira opção (**princípio do terceiro excluído**)

Os alunos costumam confundir o princípio da não-contradição com o do terceiro excluído. Os exemplos a seguir visam esclarecer quaisquer dúvidas.

✓ **Exemplo 1:** *Suponha que João vai ao estádio do Pacaembu assistir a Palmeiras x Corinthians.*

Ele não pode ir com bandeira do Palmeiras e camisa do Corinthians. Ele não pode ser "contraditório", usando cores dos dois clubes ao mesmo tempo. Do contrário, corre sério risco de apanhar, qualquer que seja o lado da arquibancada que escolher para sentar. Se alguém se junta à torcida do Palmeiras vestindo camisa do Corinthians, vai apanhar. Se alguém se junta à torcida Corinthians com bandeira do Palmeiras, apanha também. Ou seja, ele não pode ser corinthiano e palmeirense ao mesmo tempo. Princípio da não-contradição.



CONTRADIÇÃO

Mas veja que nada impede João de, na verdade, ser torcedor do Vila Nova Futebol Clube, time da capital goiana. João na verdade está visitando São Paulo, e apenas quis ir assistir a um clássico paulista, sem na verdade torcer por nenhum dos dois. Ele torce para um terceiro time. Logo, João irá com a camisa vermelha do Vila Nova.

Ou seja, tivemos um caso de **aplicação do princípio da não-contradição** (é proibido ir de bandeira do Palmeiras + camiseta do Corinthians), mas **não tivemos um caso do terceiro excluído** (pois havia um terceiro clube - Vila Nova).

✓ **Exemplo 2:** *Suponha agora que Mário vai ao Maracanã, assistir a Flamengo x Santos.*

Considere ainda que se trata da última rodada do campeonato brasileiro, que o Flamengo já está bem posicionado na tabela, não corre risco de rebaixamento, e não briga mais por vagas na Taça Libertadores. Contudo, o Santos briga para não ser rebaixado. Caso o Santos vença, se mantém na primeira divisão e, com isso, rebaixa o Fluminense (estamos descartando a hipótese de tapetão, evidentemente).

Neste contexto, certamente todo o estádio estará numa torcida só. Santistas e flamenguistas estarão juntos, assistindo ao Flamengo fazer corpo mole para ser derrotado. Não será absurdo ver pessoas com camisas do Flamengo, agitando



bandeiras do Santos, e vice-versa. Ou seja, neste caso, um torcedor pode usar camisa de um time, mas bandeira do outro. **Não se aplica o princípio da não-contradição.**



NÃO-CONTRADIÇÃO

Agora, vamos considerar que só foi permitida a entrada de santistas e flamenguistas. Nada de torcedores do Vila Nova Futebol Clube. Agora sim, temos **o princípio do terceiro excluído** pois não há torcedores de um terceiro time dentro do estádio.



TERCEIRO EXCLUÍDO

✓ **Exemplo 3:** Considere agora que Alberto vai o Mineirão, assistir ao clássico Cruzeiro x Atlético.

Suponha também que ele seja natural de BH, e que em BH a rivalidade chegou a tal ponto que, ou você é amigo, ou é inimigo. Se não é atleticano, é cruzeirense. Nada de ficar em cima do muro.

Aqui temos os dois princípios juntos: **terceiro excluído** (ou você é Atlético ou é Cruzeiro, sem terceira opção, ou seja, sem torcedor do Vila Nova) e **não-contradição** (nem pense em ir para o estádio com camisa do Atlético e bandeira do Cruzeiro).

3. Conectivos lógicos (ou operadores lógicos)

✚ Chamamos conectivos lógicos ou simplesmente conectivos as palavras ou símbolos que se usam para formar novas proposições a partir de outras proposições dadas.

Os conectivos usuais da lógica matemática e seus respectivos símbolos correspondentes são mostrados na tabela a seguir.

e	ou	"ou...ou"	"se...então"	"...se, e somente se,..."
\wedge	\vee	$\underline{\vee}$	\rightarrow	\leftrightarrow

4. Classificação das proposições lógicas

✦ **Proposições Simples**

✚ São aquelas que vêm desacompanhadas de conectivos, de elementos de ligação. As proposições simples expressam apenas um pensamento.

✓ **Exemplos:**

p: Neymaré médico (F).

q: $3 + 2 > 4$ (V)

r: Tony Ramos e Tarcísio Meira são policiais militares.

⚠ ATENÇÃO

As banca **CESPE/CEBRASPE** busca induzir o candidato a erro quando colocam no enunciado uma proposição simples, mas de **tamanho muito grande**, afirmando ser uma proposição composta.

Para você não cair nessa cilada, basta procurar na frase a **presença de um conectivo**. Caso não encontre o conectivo, trata-se de uma proposição simples, não importa o tamanho da frase.



❖ **Proposições Compostas (ou moleculares)**

✚ São aquelas que formadas por duas ou mais proposições simples (duas ou mais orações) que vêm conectadas entre si.

As proposições compostas expressam mais de um pensamento. Ao fazermos uso da linguagem, combinamos ideias simples através de conectivos como "e", "ou", "se..., então", "se, e somente se" obtendo, então, proposições compostas.

O valor lógico de uma proposição composta é totalmente determinado pelos valores lógicos das proposições simples que a constituem e pela forma como elas estão ligadas através do conectivo.

✓ **Exemplos:**

- Luciano Huck é policial militar e Sílvio Santos é policial militar.
- Se Romário é carioca, então Romário é brasileiro.
- Lógica é fácil ou Sócrates era filósofo.

5. Tabela Verdade

✚ É uma maneira prática de organizar os valores lógicos de uma proposição simples ou composta. O número de linhas (número de valorações possíveis) de uma tabela verdade é fornecido pela expressão 2^n , onde n é o número de proposições simples (distintas) componentes e o "2" representa o número de valores lógicos possíveis (V ou F).

A fórmula 2^n será usada para descobrir o total de linhas ou saber a quantidade de valorações de uma proposição lógica. Para a construção das tabelas lógicas iremos adotar a "ideia de metades".

✓ **Exemplo:**

$p: 2^1 = 2$ linhas

p
V
F

$p, q: 2^2 = 4$ linhas

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

Conclusão: Divida o total de linhas por 2 e repita o mesmo processo com o resultado obtido da coluna anterior. Até chegar a última coluna, o resultado de cada divisão será a repetição da valoração (**V e F**), começando pelo V e iniciando pela primeira linha.

NOTA: $(p \vee r) \rightarrow (q \wedge \sim r)$

Número de linhas = $2^3 = 8$ linhas

6. Estudo dos Conectivos Lógicos

❖ **Conectivo "e" (Símbolo: \wedge)**

✚ Quando duas proposições simples são ligadas pelo conectivo "e", a proposição composta é chamada **conjunção** das proposições simples iniciais.

✓ **Exemplo:**

p : Pelé é brasileiro

q : Maradona é argentino.

$p \wedge q$: Pelé é brasileiro e Maradona é argentino.

⚠ ATENÇÃO

Se as proposições p e q forem representadas como conjuntos através de um diagrama, a conjunção " $p \wedge q$ " corresponderá à intersecção do conjunto p com o conjunto q ($p \cap q$).

$p \wedge q$



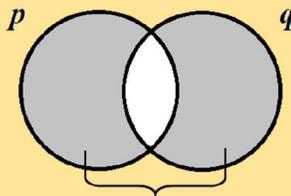
Tome Nota: A expressão "ou" tem função de inclusão, enquanto a expressão "ou... ou..." tem uma função de exclusão. Mas, deixemos bem claro, essa relação é do ponto de vista lógico!

✓ **Exemplo:**

Ou hoje é sexta-feira ou sábado, mas não ambos. Nesse caso, as duas proposições "Hoje é sexta-feira" e "Hoje é sábado" não podem ser simultaneamente verdadeiras.

ATENÇÃO

Se as proposições p e q forem representadas como conjuntos através de um diagrama, a disjunção exclusiva



" $p \vee q$ " corresponderá a $(p - q) \cup (q - p)$.

$$p \vee q$$

Tabela Verdade

p	q	$p \vee q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

ATENÇÃO

Em algumas provas já apareceu proposições semelhantes a essa: "Ou joga bola ou nado". Trata-se, do ponto de vista lógico, equivalente à proposição "joga bola ou nado, mas não ambos".

❖ **Conectivo "se..., então..." (Símbolo: \rightarrow)**

As sentenças que têm a forma "se p , então q ", são chamadas de proposições condicionais e representadas simbolicamente por $p \rightarrow q$. A proposição p , que é anunciada pelo uso da conjunção "se", é denominada **condição** ou **antecedente** enquanto a proposição q , apontada pelo advérbio "então" é denominada **conclusão** ou **consequente**.

✓ **Exemplo:**

p : José é curitibano.

q : José é paranaense.

$p \rightarrow q$: Se José é curitibano, então José é paranaense. (condicional)

ATENÇÃO

O condicional também pode ser lido das seguintes maneiras:

- p **implica** q
- **Quando** p, q
- **Sempre** que p, q
- p **somente se** q
- **Todo** p é q
- p é **condição suficiente** para q (basta p acontecer para que q aconteça) isto é, se p é verdadeiro, q é verdadeiro.



- q é **condição necessária** para p (se q não acontecer, p não aconteça) isto é, se q é falso, p é falso.
- ✓ **Exemplo:** Suponha a proposição condicional: "Se chove, **então** faz frio". Ela poderá também ser dita assim:
 - Se chove, faz frio.
 - Faz frio, **se** chove.
 - **Quando** chove, faz frio.
 - Chover **implica** fazer frio.
 - Chover é **condição suficiente** para fazer frio.
 - Fazer frio é **condição necessária** para chover.
 - Chove **somente se** faz frio.
 - **Toda** vez que chove, faz frio.

Tabela Verdade

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

de V para F →

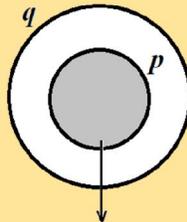
Tome Nota: Existe apenas uma situação em que o condicional é falso: quando a **primeira** proposição for **verdadeira** e a **segunda falsa**. Dica para não esquecer:

Vera Fischer é **falso** e o restante é **verdadeiro**.



ATENÇÃO

Se as proposições p e q forem representadas como conjuntos através de um diagrama, a condicional " $p \rightarrow q$ " corresponderá à inclusão do conjunto p no conjunto q , ou seja, $(p \subset q)$.



$p \subset q$

SUPER IMPORTANTE!!!

Veja agora estas frases:

- Quem está com calor quer sorvete
- Toda vez que estou com calor, quero sorvete
- Quando estou com calor, quero sorvete
- Estou com calor, logo, quero sorvete
- Sempre que estou com calor, quero sorvete
- Já que estou com calor, quero sorvete
- Caso esteja com calor, vou querer sorvete

Portanto, estas são formas alternativas de se escrever a proposição condicional Se estou com calor, então tomo sorvete. Isso aparece em sua em prova! E veja mais está aqui: Quero sorvete, pois estou com calor

Dica do tio:

O pois(porque) é uma condicional invertida.



A, pois B = Se B, então A

Lembre-se: $p \rightarrow q$
(causa) (efeito)

❖ **Conectivo "se, e somente se, ..."**
(Símbolo: \leftrightarrow)

✚ As sentenças que têm a forma "p se, e somente se, q" são chamadas de proposições **bicondicionais** e são representadas por $p \leftrightarrow q$ (**bijunção ou dupla implicação**).

✓ **Exemplo:**

p: O céu é azul.

q: A água do mar é salgada.

$p \leftrightarrow q$: O céu é azul se, e somente se, a água do mar é salgada. (bicondicional ou bijunção)

Tome Nota: A bicondicional $p \leftrightarrow q$ equipara-se à conjunção de dois condicionais $p \rightarrow q$ e $q \rightarrow p$.

✓ **Exemplo:**

"Hoje é Natal **se e somente se** hoje é 25 de dezembro" significa que "**Se** hoje é Natal, **então** hoje é 25 de dezembro; e **se** hoje é 25 de dezembro, **então** hoje é Natal".

⚠ ATENÇÃO

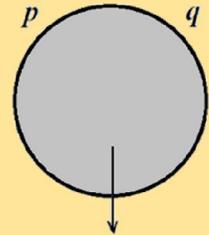
A proposição composta $p \leftrightarrow q$ (chamada de bicondicional) pode ser lida das seguintes maneiras:

- **p se, e só se q.**
- **Todo p é q e todo q é p.**
- **p se, e somente se, q.**
- **q se, e somente se, p.**
- **p é condição suficiente e necessária para q.**

- **q é condição suficiente e necessária para p.**
- **Se p, então q, e reciprocamente.**

⚠ ATENÇÃO

Se as proposições p e q forem representadas como conjuntos através de um diagrama, a proposição bicondicional "p se, e somente se, q" ($p \leftrightarrow q$) corresponderá à igualdade dos conjuntos p e q.



$p = q$

Tabela Verdade

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Tome Nota: Na bicondicional $p \leftrightarrow q$ (conjunção de duas condicionais: p se, e somente se, q), **símbolos iguais** (VV ou FF) implica em **bicondicional verdadeira**.

7. Modificador

✚ A negação de uma proposição p é representada por $\neg p$ ou $\sim p$, que é verdadeira quando p é falsa e é falsa quando p é verdadeira.



A negação de uma proposição deve ter sempre um valor lógico oposto, contraditório, com a proposição dada.

p	$\neg p$
V	F
F	V

Mas, mesmo assim, fica o questionamento: como saber se uma questão qualquer se refere à negação? Para identificar uma questão que envolva negação basta procurar se a questão:

- pede, explicitamente, a negação de uma proposição dada;
- fornece uma proposição verdadeira e pede uma falsa;
- fornece uma proposição falsa e pede uma verdadeira.

Negação de uma proposição simples

❖ **Caso 1:** A frase não possui o advérbio **não**, logo colocamos o advérbio antes do verbo de ligação.

✓ **Exemplo:**

p : Aracaju tem praia.

$\neg p$: Aracaju **não** tem praia.

Outras formas de negar essa mesma proposição:

- **Não é verdade** que Aracaju tem praia.

- **É falso que** Aracaju tem praia.

❖ **Caso 2:** A frase possui o advérbio **não** e então, nesse caso, basta retirá-lo.

✓ **Exemplo:**

q : O Brasil **não** é um país do continente Americano.

$\neg q$: O Brasil é um país do continente Americano.

Tome Nota: Uma outra possibilidade de negar uma proposição é através da **dupla negação**, ou seja, **negando duas vezes** o que estiver sendo afirmado. A dupla negação representada por:

$$\neg(\neg p) = p$$

✓ **Exemplos:**

a) "O Brasil **não** é um país do continente Americano."

- **Não é verdade que** o Brasil **não** é um país do continente Americano.

- **É falso que** o Brasil **não** é um país do continente Americano.

b) "Fagner **não** viu nada."

- Fagner viu algo.

c) O avesso do preto é branco.

- Qual a cor **do avesso do avesso do avesso** do preto?

Resposta: Branco!

ATENÇÃO

$$\underbrace{\sim(\sim(\dots\sim(p)))}_n \Rightarrow \begin{cases} p \text{ se } n \text{ é par} \\ \sim p \text{ se } n \text{ é ímpar} \end{cases}$$

Resumindo, temos:

Número par de negações: afirmativo.

Número ímpar de negações: negativo.

Exemplos:

$$\neg(\neg(\neg(\neg(\neg P)))) = \neg P$$

$$(\neg(\neg(\neg(\neg P)))) = P$$

Observação:

"Uma negação anula a outra."

Não e não=Sim.

Não,não e não=Não.

Caso 3: Utilização de antônimos que, em alguns casos, são usados na substituição de palavras ou expressões da sentença, negando-a.

✓ **Exemplos:**

p : Lógica é **fácil**.

$\neg p$: Lógica é **difícil**.

q : João é **culpado**.

$\neg q$: João é **inocente**.



❖ **Caso 4:** Negação utilizando símbolos matemáticos.

Sejam $x, y \in \mathbb{R}$. Então:

AFIRMAÇÃO	NEGAÇÃO
$x < y$	$x \geq y$
$x \leq y$	$x > y$
$x > y$	$x \leq y$
$x \geq y$	$x < y$
$x = y$	$x \neq y$ $x > y$ ou $x < y$

✓ **Exemplo:**

$p: 5 + 2 = 7$

$\sim p: 5 + 2 \neq 7$

Tome Nota: Vale a pena pontuar algumas situações particulares de negação.

✓ **Exemplos:**

a) A negação de "Marcelo é mais velho que Paulo" é: "Marcelo é mais novo ou da mesma idade que Paulo".

b) A negação de "O Flamengo ganhou o jogo" é:

"O Flamengo não ganhou o jogo", que implica em derrota ou empate do Flamengo.

c) A negação de "Andreza ganha mais de R\$ 30 mil" é: "Andreza ganha R\$ 30 mil ou menos.

⚠ ATENÇÃO

Negar não é tornar uma sentença falsa, mas sim trocar a valoração. Isto é, se ela for verdadeira, quando negar passará a ser falsa, e, se for falsa, passará a ser verdadeira.

✓ **Exemplo:**

p : O flamengo é um clube sergipano.

*Esta é uma proposição falsa. Ao aplicarmos o modificador, temos uma proposição **verdadeira**.*

$\sim p$: O flamengo **não é** um clube sergipano

